**4495**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ ОБОРОТНОГО И МАТЕМАТИЧЕСКОГО МАЯТНИКОВ

Методические указания к лабораторной работе

Рязань 2011

УДК 535

Определение ускорения свободного падения с помощью оборотного и математического маятников: методические указания к лабораторной работе / Рязан. гос. радиотехн. ун-т; сост.: Н.В.Потапенко; Под ред. О.В. Рожкова. Рязань, 2011. 8 с.

Содержат основные положения теории колебаний физического маятника, описан метод определения ускорения свободного падения.

Предназначены для студентов всех направлений дневной и заочной форм обучения, изучающих курс физики.

Ил. 3. Библиогр.: 3 назв.

*Колебание, маятник, ускорение свободного падения*

Печатается по решению редакционно-издательского совета Рязанского государственного радиотехнического университета.

Рецензент: кафедра общей и экспериментальной физики РГРТУ (заведующий кафедрой проф. Б.И. Колотилин)

Определение ускорения свободного падения
с помощью оборотного и математического маятников

Составитель: П о т а п е н к о Надежда Викторовна

Редактор Р.К. Мангутова
Корректор С.В. Макушина
Подписано в печать 20.09.11. Формат бумаги 60 × 84 1/16.
Бумага газетная. Печать трафаретная. Усл. печ. л. 0,5.
Тираж 200 экз. Заказ 2417
Рязанский государственный радиотехнический университет.
390005, Рязань, ул. Гагарина, 59/1.
Редакционно-издательский центр РГРТУ.

**Цель работы:** изучение законов колебания маятника; ознакомление с косвенными методами измерения ускорения свободного падения с помощью математического и оборотного маятников.

**Приборы и принадлежности:** маятник универсальный ФПМ-04 (далее – маятник).

## Элементы теории и метод эксперимента

Силовые консервативные поля характеризуются в пространстве распределением вектора напряженности (силовая характеристика). Поместим в поле пробную частицу массой $m$ (пробной может служить любая частица, достаточно слабо искажающая рассматриваемое поле). На частицу со стороны поля будет действовать гравитационная сила $\vec{F}_g$. Ее можно выразить, используя закон всемирного тяготения

$$\vec{F}_g = G\frac{mM}{r^3}\vec{r}; \quad F_g = G\frac{mM}{r^2}, \tag{1}$$

где $G$ – гравитационная постоянная, $M$ – масса источника гравитации, $\vec{r}$ – радиус-вектор, проеденный из центра масс источника $M$ к частице $m$.

Отношение силы, действующей со стороны на пробную частицу, к величине ее массы называется напряжённостью гравитационного поля:

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}_g}{m} = G\frac{M}{r^3}\vec{r}, \quad g = G\frac{M}{r^2}. \tag{2}$$

Рассмотрим движение частицы вблизи поверхности Земли ($r \approx R_З$). В пределах области движения поле можно считать однородным, полагая

$$\vec{g} = \vec{g}_0, \quad g_0 = G\frac{M_З}{R_З^2} \approx 9{,}814\ м/с^2,$$

где $\vec{g}_0$ − ускорение свободного падения на поверхности Земли, $M_З$ и $R_З$ – её масса и радиус.

Наиболее точные измерения ускорения свободного падения $g$ выполняются с помощью косвенных методов. Многие из них основаны на использовании формулы для периода колебаний физического маятника. Массу маятника и период его колебаний можно измерить с очень высокой точностью, но точно измерить момент инерции не удается. Указанного недостатка лишен метод оборотного маятника, который позволяет исключить момент инерции из расчетной формулы для g.

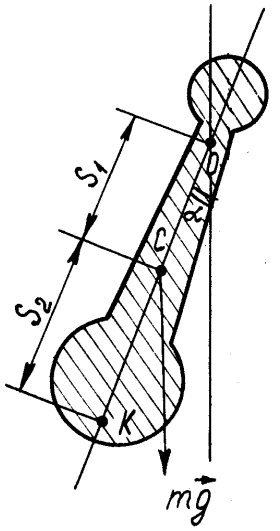



Рис. 1

Рассмотрим тело массой m, способное колебаться относительно точки $O$ и отклоненное от положения равновесия на угол $\alpha$ (рис. 1). Это тело представляет собой физический маятник с моментом инерции $I$ относительно оси качания $O$. Ось качания – ось, проходящая через точку подвеса и перпендикулярная к плоскости рисунка.

Приведённая длина физического маятника $l_1$ – это длина такого математического маятника, период колебаний которого равен периоду колебаний данного физического маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgS_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}. \qquad (3)$$

Отсюда

$$l_1 = \frac{I}{mS_1}. \qquad (4)$$

Здесь $I$ – момент инерции маятника относительно оси качаний, $m$ – его масса, $S_1$ – расстояние от центра масс до точки подвеса.

Измерить приведенную длину можно перераспределением масс маятника или изменением положения точки его подвеса.

Точка $K$, лежащая на перпендикуляре к оси качаний, проходящем через центр тяжести физического маятника на расстоянии $l_1$ от этой оси, называется центром качаний (математический маятник

длиной $l_1$, подвешенный к оси качаний физического маятника, будет колебаться синхронно с центром качаний).

По теореме Штейнера

$$l_1 = \frac{I_0 + mS_1^2}{mS_1} = \frac{I_0}{mS_1} + S_1. \qquad (5)$$

Если заставить маятник колебаться около горизонтальной оси, проходящей через $K$, его приведенная длина

$$l_2 = \frac{I_0 + mS_2^2}{mS_2} = \frac{I_0}{mS_2} + S_2, \qquad (6)$$

где $S_2 = KC$ – расстояние от новой оси вращения до центра масс маятника; $I_0$ – момент инерции относительно оси, перпендикулярной к плоскости рисунка и проходящей через центр масс маятника. Из рис.1 следует, что

$$S_2 = l_1 - S_1 = \frac{I_0}{mS_1}. \qquad (7)$$

Подставим это выражение в формулу (6) и найдем приведенную длину $l_2$:

$$l_2 = \frac{I_0 mS_1}{mI_0} + \frac{I_0}{mS_1} = S_1 + \frac{I_0}{mS_1} = l_1. \qquad (8)$$

Таким образом, центр качаний обладает следующим замечательным свойством: если ось пройдет через центр качаний, то новый центр качаний будет расположен на месте старой оси.

Из равенства приведенных длин следует равенство периодов колебаний.

Оборотным маятником называется физический маятник, центр качаний которого расположен в пределах колеблющегося тела. Такой маятник можно подвешивать в любой из двух точек $O$ и $K$ (рис. 2) без изменения периода колебаний: $T_1 = T_2 = T$. Взаимозаменяемые точки $O$ и $K$ расположены по обе стороны от центра масс $C$ на расстояниях $S_1$ и $S_2$ (рис. 2).

Моменты инерции относительно осей, проходящих через эти точки, различны:

$$I_1 = I_0 + mS_1 \text{ и } I_2 = I_0 + mS_2. \qquad (9)$$

Периоды колебаний оборотного маятника могут быть выражены:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I_0 + mS_1^2}{mgS_1}} \text{ и } T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{I_0 + mS_2^2}{mgS_2}}. \quad (10)$$

Учитывая равенство периодов и решая эту систему уравнений, легко получить выражение для ускорения свободного падения:

$$g = \frac{4\pi^2\left(S_1 + S_2\right)}{T^2} = \frac{4\pi^2 l_1}{T^2}, \quad (11)$$

где $l_1 = S_1 + S_2$ – приведённая длина маятника.

В данной лабораторной работе используется маятник универсальный ФПМ-04, общий вид которого изображен на рис. 3.

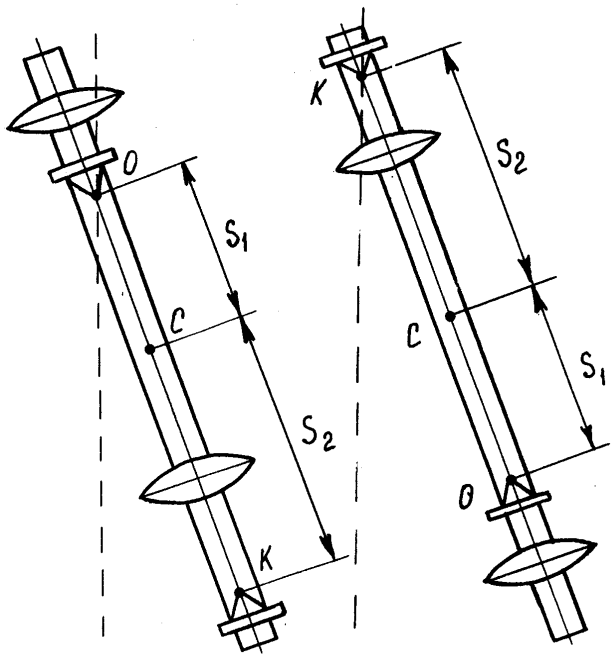



Рис. 2

Маятник универсальный представляет собой настольный прибор. На вертикальной стойке основания 1 крепится кронштейн 2, который имеет возможность поворота вокруг стойки на 360° и фиксации в любом выбранном положении. С одной стороны кронштейна 2 подвешен математический маятник 3, а с другой – физический оборотный маятник 4.

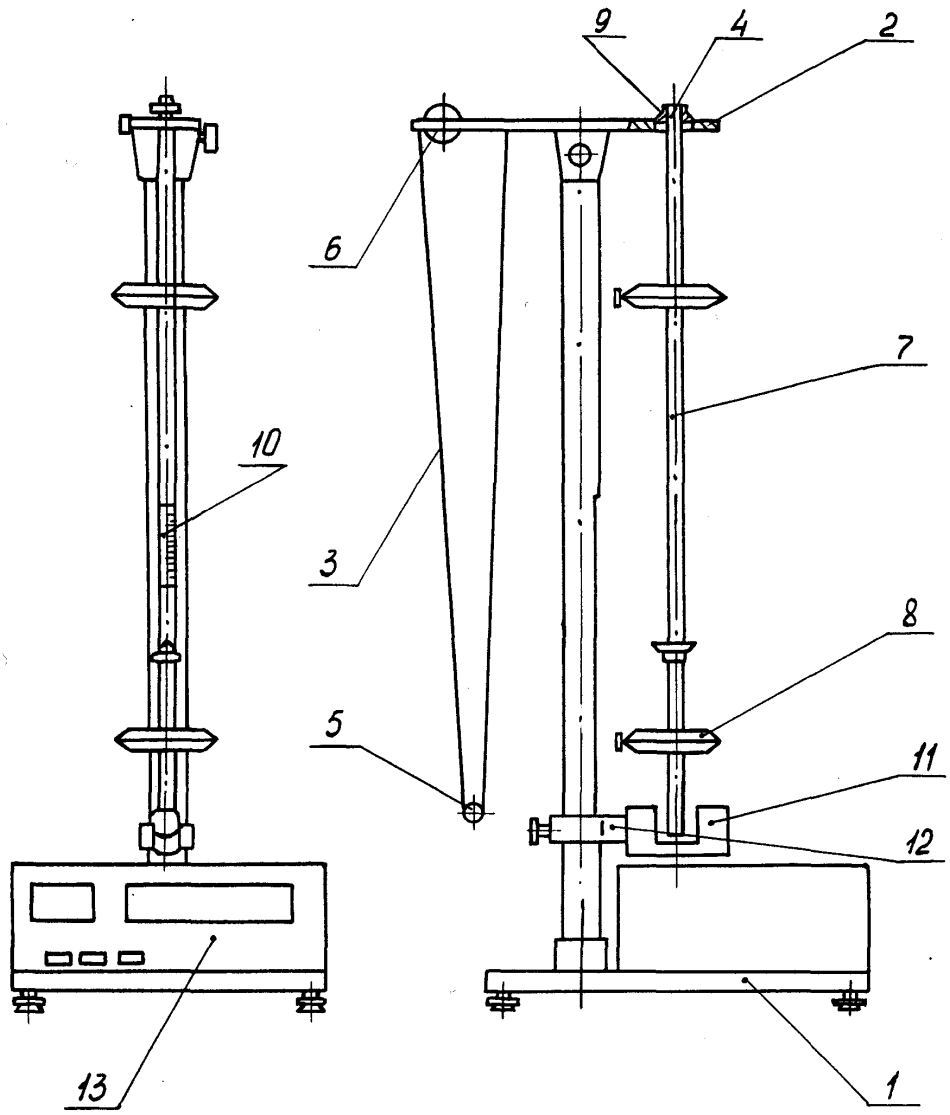



Рис. 3

Математический маятник 3 представляет собой металлический шарик 5 на бифилярном подвесе, длину подвеса можно изменять, вращая ручку 6.

Физический оборотный маятник 4 представляет собой стальной стержень 7 с двумя грузами 8, подвешенный на опорной призме 9. Грузы 8 и опорные призмы 9 могут перемещаться по всей длине стержня 7 и фиксироваться в требуемом положении. Стержень 7 имеет кольцевые проточки, нанесенные через 10 мм, которые служат для надежной фиксации грузов и опорных призм, а также для отсчета расстояний между ними. Груз и опорные призмы имеют размеры по

длине стержня, кратные 10 (20 мм), и элементы фиксации, находящиеся строго посередине этих размеров, что облегчает определение расстояний между ними.

Шкала 10, нанесенная на вертикальной стойке, предназначена для определения длины математического маятника.

Датчик фотоэлектрический 11 с помощью нижнего кронштейна 12 закреплен в нижней части вертикальной стойки и имеет возможность перемещаться как вдоль, так и вокруг вертикальной стойки и фиксироваться в любом положении. Датчик предназначен для выдачи электрических сигналов на миллисекундомер 13.

Миллисекундомер физический комбинированный 13 выполнен самостоятельным прибором с цифровой индикацией времени и количества полных периодов колебаний маятников. Миллисекундомер жестко закреплен на основании 1.

Прежде чем приступить к выполнению работы, необходимо подготовить лабораторную установку к работе:

1. Установить маятник универсальный на лабораторный стол. Произвести регулировку положения основания с помощью регулировочных опор, используя при этом математический маятник как отвес.

2. Установить нижний кронштейн с датчиком фотоэлектрическим по высоте таким образом, чтобы стержень 7 физического оборотного маятника пересекал оптическую ось фотодатчика, при этом маятник должен быть подвешен на опорной призме 9, расположенной на расстоянии 40 мм от конца стержня.

3. Установить необходимую длину математического маятника, для чего верхний кронштейн следует повернуть на $180^0$ таким образом, чтобы шарик 5 математического маятника оказался в рабочей зоне фотодатчика. Вращая ручку 6, добиться такого положения шарика 5, при котором его центральная риска совпадает по высоте с риской на фотодатчике.

4. Включить в сеть шнур питания миллисекундомера.

5. Нажать на кнопку «Сеть», расположенную на лицевой панели миллисекундомера, при этом должны загореться лампочка фотодатчика и цифровые индикаторы.

6. Отвести рукой маятник физический оборотный на 5-6° и отпустить его.

7. Нажать кнопку «Сброс» на миллисекундомере и убедиться, что он регистрирует число и время колебаний маятника.

8. Нажать на кнопку «Сброс» на миллисекундомере и убедиться, что счет времени и количества периодов колебаний прекращается в момент окончания очередного периода колебаний.

## Порядок выполнения работы

Задание 1

1. Укрепить две опорные призмы и два груза 8 в положениях, обозначенных на рис. 3 (приближенно).

2. Повесить оборотный маятник на одной из опорных призм.

3. Отклонив маятник на 4-5°, нажать кнопку «Сброс» на миллисекундомере и без толчка отпустить маятник.

4. По показаниям миллисекундомера определить среднюю величину периода 20-30 колебаний маятника.

5. Повернуть маятник и подвесить его на другой опорной призме.

6. Повторить пп. 3, 4.

7. Перемещением грузов или опорных призм на стержне добиться совпадения периодов колебаний маятника при его качании на обеих призмах с точностью не хуже 0,1 с.

8. Определить расстояние между опорными призмами $l_1$ по сантиметровым рискам на стержне и вычислить ускорение свободного падения $g$ по формуле (11).

9. Оценить погрешность косвенного определения $g$ по соотношениям

$$\delta_g = \sqrt{\left(\frac{\Delta l_1}{l_1}\right)^2 + \left(2 \cdot \frac{\Delta T}{T}\right)^2} \cdot 100\%, \quad \Delta g = \frac{g \cdot \delta_g}{100\%}.$$

Задание 2

1. По шкале 10 установить произвольную длину математического маятника *l*.

2. Привести математический маятник в колебательное движение, отклонив металлический шар на угол 5-6°, после чего нажать кнопку «Сброс» на миллисекундомере.

По показаниям миллисекундомера определить среднюю величину периода 80-90 колебаний маятника.

3. По формуле периода колебаний математического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

вычислить ускорение свободного падения.

4. Оценить погрешность определения $g$ по соотношениям

$$\delta_g = \sqrt{\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(2\cdot\frac{\Delta T}{T}\right)^2}\cdot 100\%,\ \ \Delta g = \frac{g\cdot\delta_g}{100\%}.$$

## Контрольные вопросы

1. Выведите уравнение колебаний и периода незатухающих колебаний физического маятника.

2. Покажите, что при перемещении оси качаний в центр качаний период колебаний не меняется.

3. При каком расстоянии от опорной призмы до центра масс период колебаний маятника минимален?

4. Найдите приведённую длину и период колебаний физического маятника, представляющего собой однородный стержень длиной *l* и массой *m*, подвешенный за один из концов.

## Библиографический список

1. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики. М.: ВШ, 2001.

2. Трофимова Т.И. Курс общей физики. М.: ВШ, 2001.

3. Курс физики. Т1 / Под ред. В.Н. Лозовского. СПб., 2001.