

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени В.Ф. УТКИНА»  
Рязанский станкостроительный колледж РГРТУ

Методические рекомендации и контрольные задания  
по учебной дисциплине

ОП 08 МАТЕМАТИКА В ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Специальность	15.02.16 Технология машиностроения
Форма обучения	заочная

Рязань 2023

Рассмотрено и рекомендовано к утверждению на заседании цикловой комиссии  
естественнонаучных и математических дисциплин.

Протокол №2 от 12.09.2023

Председатель комиссии: Белоусова И.М.

Разработчик: Качковский Ю.В. преподаватель РССК «РГРТУ»

## **ОГЛАВЛЕНИЕ**

1	ВВЕДЕНИЕ	4
2	ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ	7
3	СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ	8
4	ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ	14
5	МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ	21
6	ПЕРЕЧЕНЬ РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	29

# **1 ВВЕДЕНИЕ**

## **1.1 Общие правила**

Методические рекомендации разработаны на основе рабочей программы учебной дисциплины «Математика в профессиональной деятельности»

в соответствии с ФГОС СПО по специальности: 15.02.16 Технология машиностроения

Данные методические рекомендации предназначены для самостоятельного изучения дисциплины «Математика в профессиональной деятельности»

и выполнения домашней контрольной работы обучающимися колледжа.

Для успешной работы обучающемуся необходимо:

- ознакомиться с требованиями к результатам освоения дисциплины (п.2.2).
- изучить теоретический материал, с параллельным выполнением практических заданий. Последовательность изучения изложена в тематическом плане (п.3.2).
- выполнить задания домашней контрольной работы (п.4) по своему варианту (п.1.3), используя в качестве образца методические рекомендации к выполнению контрольной работы (п.5).
- после чего, с помощью учебной литературы (п.6), можно отвечать на экзаменационные вопросы (или вопросы к дифференцированному зачёту) и решать практические задания по тематике, указанной в п.3.3.

К экзамену (или дифференцированному зачёту) допускаются обучающиеся, успешно выполнившие домашнюю контрольную работу.

Домашняя контрольная работа содержит **6** заданий по темам:

- Основные понятия линейной алгебры. Методы решения систем линейных уравнений
- Основы дифференциального исчисления. Производная и дифференциал
- Основы интегрального исчисления

## **1.2 Требования, предъявляемые к домашней контрольной работе**

1 Выписать номера заданий своего варианта.

2 Правильно и аккуратно переписать задание контрольной работы по своему варианту. Работы, выполненные по другому варианту, возвращаются без проверки.

3 Решения сопровождать пояснениями, указывать единицы величин.

4 Работу выполнять чернилами разборчиво (либо печатным текстом).

5 В тетради необходимо оставлять поля и место в конце работы для замечаний и заключения преподавателя. Страницы пронумеровать.

6 В конце работы привести перечень литературы, проставить дату выполнения работы и подпись.

7 Для получения положительной оценки по контрольной работе необходимо выполнить все задания. Качественная оценка выставляется по следующим критериям:

- оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил материал курса, исчерпывающе, последовательно, четко и логически его излагает, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач;

- оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал курса, грамотно и по существу его излагает, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, владеет необходимыми навыками и приемами выполнения практических задач;

- оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он имеет знание только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточность, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических задач;

- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он не знает значительной части изученного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно отвечает на задаваемые вопросы, с большими затруднениями решает практические задачи или не справляется с ними самостоятельно.

### 1.3 Разбивка по вариантам контрольной работы

Предпо- следняя цифра шифра	Последняя цифра шифра									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1,11,30 31,41,51 61	2,12,29 32,42,52 62	3,13,28 33,43,53 63	4,14,27 34,44,54 64	5,15,26 35,45,55 65	6,16,25 36,46,56 66	7,17,24 37,47, 57,67	8,18,23, 38,48,58, 68	9,19,22. 39,49,59, 69	10,20, 21,40, 50,60 70
1	2,12,21 31,41,60 66	3,13,22 32,42,51 65	4,14,23 33,43,52 64	5,15,24 34,44,53 ,63	6,16,25 35,45,54 62	7,17,26 36,46,55 61	8,18,27 37,47, 56,70	9,19,28, 38,48,57, 70	10,20,29, 39,49,58, 68	1,11,30 40,50, 59,64
2	3,13,21 40,50,51 70	4,14,22 39,49,52 61	5,15,23, 38,48,53 62	6,16,24 37,47,54 63	7,17,25 36,46,55 64	8,18,26 35,45,56 65	9,19,27 34,44, 57, 66	10,20, 28,33, 43,58, 67	1,11,29, 31,42,59, 68	2,12,30 32,41, 60,69
3	4,14,22 39,43,60 62	5,15,23 38,42,60 61	6,16,24 36,41,58 68	7,17,25 35,44,59 67	8,18,26 34,45,57 66	9,19,27 33,46,56 65	10,20, 28,32, 47,54 64	1,11,29, 31,48,53, 63	2,12,30, 37,49,52, 62	3,13,21 40,50, 51,70
4	5,15,23 32,45,59 65	6,16,24, 33,46,58 66	7,17,25 34,47,57 67	8,18,26 35,48,56 68	9,19,27 36,49,54 69	10,20,28 34,50,53 70	1,11,29 35,44, 52,64	2,12,30, 31,48,53, 63	3,13,22, 40,42,50, 62	4,14,21 39,415 5 61
5	6,16,29 33,42,58 70	7,17,28, 34,43,57 69	8,18,27 35,44,56 68	9,19,26 36,45,54 67	10,20,25 37,46,53 65	1,11,24 38,47,52 66	2,12,23 39,48, 51,64	3,13,22, 40,49,59, 63	4,14,21, 31,50,60, 62	5,15,30 32,41,5 8, 61
6	7,17,28 34,49,53 64	8,18,27, 35,48,52 63	9,19,26 36,47,51 62	10,20,25 37,46,54 61	1,11,24 38,46,59 65	2,12,23 34,44,56 66	3,13,22 40,43, 57,67	4,14,21, 31,42,58, 68	5,15,29, 32,41.59, 69	6,16,30 33,50, 60,70
7	8,18,26 34,50,55 61	9,19,25, 35,49,56 62	10,20,24 36,48,57 63	1,11,23 37,47,58 64	2,12,22 38,46,59 65	3,13,21, 39,45,60 66	4,14,27 40,44, 51,67	5,15,28, 34,43,52, 68	6,16,29, 32,50,54, 62	7,17,30 32,41, 54,70
8	9,19,27 35,42,57 68	10,20,26, 36,43,56 69	1,11,25 37,44,55 70	2,12,24 38,45,54 67	3,13,23 39,46,53 66	4,14,22 40,47,52 65	5,15,21 34,48, 51,64	6,16,30, 33,49,52, 63	7,17,29, 32,50,54, 62	8,18,28 31,42, 53,61
9	10,20,24 37,48,51 69	1,21,25, 36,47,52 70	2,22,26 35,46,53 68	3,23,27 34,45,54 67	4,24,28 33,44,55 65	2,25,29 32,43,56 64	6,26,30 31,50, 57,63	7,23,27, 38,41,58, 62	8,22,28, 39,42,59, 61	9,21,29 40,44, 60,69

## 2 ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ «МАТЕМАТИКА В ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ»

### 2.1 Место учебной дисциплины в структуре образовательной программы

Учебная дисциплина «Математика в профессиональной деятельности» является обязательной частью ОП цикла образовательной программы в соответствии с ФГОС по специальности 15.02.16 Технология машиностроения.

Учебная дисциплина «Математика в профессиональной деятельности» обеспечивает формирование компетенций по всем видам деятельности ФГОС по специальности 15.02.16 Технология машиностроения. Особое значение дисциплина имеет при формировании и развитии следующих компетенций:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам;

ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности;

ОК 03. Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях;

ОК 04. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде;

ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста;

### 2.2 Цель и планируемые результаты освоения дисциплины

Код ПК/ОК	Знания	Умения
ОК 01, ОК 02, ОК 03, ОК 04, ОК 05.	– основные понятия и методы математического анализа – основные понятия линейной алгебры; – основные численные методы решения прикладных задач; – теорию комплексных чисел; – основные понятия теории вероятностей и математической статистики	– находить производные; – анализировать графики функций; – вычислять неопределенные и определенные интегралы; – решать прикладные задачи с использованием элементов дифференциального и интегрального исчисления; – производить операции над матрицами и определителями; – решать системы линейных алгебраических уравнений;

### 3 СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

#### 3.1 Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Объем часов	В форме практической подготовки
<b>Объём учебной дисциплины по плану</b>	<b>120</b>	-
<b>Суммарная учебная нагрузка во взаимодействии с преподавателем</b>	<b>24</b>	
в том числе:		
лекции, уроки	8	
лабораторные занятия (если предусмотрено)	-	-
практические занятия (если предусмотрено)	10	-
курсовая работа (проект) (если предусмотрено)	-	-
консультации	6	-
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>90</b>	-
<b>Промежуточная аттестация проводится в форме экзамена</b>	<b>6</b>	-



### 3.2 Тематический план и содержание учебной дисциплины

Наименование разделов и тем	Содержание учебного материала и формы организации деятельности обучающихся	Объем часов	В форме пр. подгот.	Контрольные работы (номера вопросов и задач)
1	2	3	4	
Тема 1. Основы дифференциального исчисления	Содержание учебного материала	24	-	
	Роль и место математики в современном мире при освоении профессиональных дисциплин и в сфере профессиональной деятельности. Предел функции. Производная. Производная сложной функции. Производная высших порядков. Асимптоты. Анализ сложных функций и построение их графиков.	2		21-30,31-40, 41-50
	Практические занятия: Вычисление предела в точке и на бесконечности. Вычисление производных элементарных и сложных функций. Нахождение уравнений асимптот. Анализ сложных функций и построение их графиков. Решение прикладных задач с использованием производной.	2	-	
	Самостоятельная работа обучающихся: Вычисление пределов. Раскрытие неопределённости(0/0) Вычисление производных элементарных и сложных функций, заданных многочленом третьей степени, дробно –рациональным выражением. Выполнение заданий домашней контрольной работы.	20		
Тема 2. Основы интегрального исчисления	Содержание учебного материала	18		
	Неопределенный интеграл. Непосредственное интегрирование. Определенный интеграл. Замена переменной в определенном интеграле. Вычисление геометрических величин и физических величин. Приложения интеграла к решению прикладных задач.	2		51-60
	Практические занятия: Вычисление несложных неопределенных интегралов и определенных интегралов.	2	-	

	Вычисление площадей фигур, величины пути с помощью определенного интеграла. Решение прикладных задач.			
	Самостоятельная работа обучающихся: Вычисление определенных и неопределенных интегралов. Вычисление величины пути с помощью определенного интеграла. Решение прикладных задач. Выполнение заданий домашней контрольной работы.	14		
Тема 3. Основные понятия линейной алгебры	Содержание учебного материала	24		
	Матричные модели, основные понятия теории матриц. Операции над матрицами. Определитель. Основные понятия системы уравнений. Метод Гаусса. Формулы Крамера. Применение различных методов решения систем линейных уравнений в задачах по видам профессиональной деятельности	1		1-10,11-20
	Практические занятия: Нахождение суммы матриц, умножение матриц. Транспонирование матрицы. Вычисление определителей матриц. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса и Крамера. Составление и решение систем линейных уравнений для различных производственных задач.	1	-	
	Самостоятельная работа обучающихся: Нахождение произведения матриц. Решение задач на операции с матрицами. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса и Крамера. Выполнение заданий домашней контрольной работы.	22		
Тема 4. Комплексные числа	Содержание учебного материала	16		
	Понятие комплексного числа. Геометрическое толкование комплексного числа. Понятие модуля и аргумента. Комплексные числа. Различные формы записи комплексного числа.	1		
	Практические занятия: Действия над комплексными числами. Нахождение модуля и аргумента комплексного числа.	3	-	

	Действия над комплексными числами в алгебраической, тригонометрической и показательной формами.			
	Самостоятельная работа обучающихся: Действия над комплексными числами в алгебраической, тригонометрической и показательной форме. Выполнение заданий домашней контрольной работы.	12		
Тема 5. Основные понятия и теоремы теории вероятностей	Содержание учебного материала	26		
	Предмет теории вероятностей. Элементы комбинаторики (размещение, сочетание, перестановки). Случайное событие. Вероятность случайного события. Случайная величина и ее числовые характеристики. Понятие о задачах математической статистики.	2		
	Практические занятия: Решение простейших комбинаторных задач. Решение и составление простейших задач на определение вероятности случайного события. Решение задач на вычисление вероятности с использованием элементов комбинаторики. Решение производственных задач методами теории вероятностей. Вычисления характеристик дискретной случайной величины.	2	-	
	Самостоятельная работа обучающихся: Случайная величина и ее числовые характеристики. Вычисления характеристик дискретной случайной величины. Понятие о задачах математической статистики.	22		
Консультации		6	-	
Промежуточная аттестация обучающихся		6	-	
Всего		120	-	

### 3.3 Задания для экзамена

Вопросы и задания к экзамену	Литература
1. Предел функции в точке, его свойства.	<p>1. Богомолов, Н. В. Математика: учебник для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2023. — 401 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-07878-7. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <a href="https://www.urait.ru/bcode/511565">https://www.urait.ru/bcode/511565</a>.</p> <p>2. Математика: учебник для среднего профессионального образования / О. В. Татарников [и др.]; под общей редакцией О. В. Татарникова. — Москва: Издательство Юрайт, 2023. — 450 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-9916-6372-4. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <a href="https://www.urait.ru/bcode/512206">https://www.urait.ru/bcode/512206</a>.</p>
2. Предел функции на бесконечности. Замечательные пределы.	
3. Производная, таблица производных.	
4. Производная сложной функции.	
5. Производные высших порядков.	
6. Монотонность и точки экстремума функции.	
7. Выпуклость и точки перегиба функции.	
8. Асимптоты функции.	
9. Схема анализа функций.	
<i>Задачи на вычисление пределов, вычисление производных функций в точке, анализ сложных функций, решение прикладных задач с использованием элементов дифференциального исчисления.</i>	
10. Дифференциал функции. Первообразная.	
11. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица интегралов.	
12. Определенный интеграл и его свойства.	
13. Геометрический смысл определенного интеграла.	
14. Вычисление пути, пройденного телом, с помощью определенного интеграла.	
<i>Задачи на вычисление неопределенных и определенных интегралов, решение прикладных задач с использованием элементов интегрального исчисления.</i>	
15. Матричные модели, основные понятия теории матриц.	
16. Операции над матрицами.	
17. Определители.	
18. Основные понятия системы уравнений.	
19. Метод Гаусса.	
20. Метод Крамера.	
<i>Задачи на действия над матрицами, вычисление определителей, решение систем линейных уравнений методом Гаусса, решение систем линейных уравнений методом Крамера.</i>	
21. Понятие комплексного числа.	
22. Геометрическое толкование комплексного числа.	
23. Действия над комплексными числами.	
24. Тригонометрическая форма комплексного числа.	
25. Показательная форма комплексного числа.	
<i>Задачи на выполнение действий над комплексными числами.</i>	

26.Предмет теории вероятностей. Элементы комбинаторики (размещение, сочетание, перестановки).	
27.Случайное событие. Вероятность случайного события.	
28.Случайная величина и её числовые характеристики.	
29.Математическое ожидание и дисперсия случайной величины.	
30.Понятие о задачах математической статистики.	
<i>Задачи на вычисление вероятности с использованием элементов комбинаторики, вычисление характеристик дискретной случайной величины.</i>	

### 3.4 Пример варианта билета

Рязанский станкостроительный колледж РГРТУ	
ОДОБРЕНО Цикловой комиссией Естественных и математических дисциплин Протокол № __ от _____ 20__ г. Председатель ЦК: И.М.Белоусова	<b>Экзаменационный билет № 3</b> по дисциплине « <u>Элементы высшей математики</u> » специальности: 15.02.16 Технология машиностроения курс 1, группа: ТМ-110

- 1 Предел функции в точке, его свойства.
- 2 Найти производную функции:  $y = (\sin x^2)x$
- 3 Изобразить комплексное число, и записать его в тригонометрической форме:  $z = -2 - 2i$

Преподаватель \_\_\_\_\_ Ю.В.Качковский

#### 4 ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Применяя метод Гаусса решить системы уравнений (1-10)

- 1 
$$\begin{cases} 2x - 4y + 3z = 1, \\ 3x - y + 5z = 2, \\ x - 2y + 4z = 3. \end{cases}$$
- 2 
$$\begin{cases} 4x + 3y + 2z - 1 = 0, \\ 2x - 5y - 3z - 16 = 0, \\ 3x + 2y + 4z - 4 = 0. \end{cases}$$
- 3 
$$\begin{cases} x + 3y + 10z - 13 = 0, \\ 2x - 2y + 3z - 16,5 = 0, \\ 3x - y + 4z - 20 = 0. \end{cases}$$
- 4 
$$\begin{cases} 2x + 3y - 5z = 0, \\ 3x - y + 9z - 33 = 0, \\ 5x + 3y - 2z - 21 = 0. \end{cases}$$
- 5 
$$\begin{cases} x + 3y + 10z - 13 = 0, \\ 2x - 2y + 3z - 16,5 = 0, \\ 3x - y + 4z - 20 = 0. \end{cases}$$
- 6 
$$\begin{cases} 3x + 2y - z = -3, \\ 2x - y + 3z = 21, \\ x + y - z = -5. \end{cases}$$
- 7 
$$\begin{cases} 3x + 3y + 2z - 7 = 0, \\ x + 2y - z - 4 = 0, \\ 2x + y - z - 3 = 0. \end{cases}$$
- 8 
$$\begin{cases} 2x + y - z - 3 = 0, \\ 3x + 3y + 2z - 10 = 0, \\ x + 2y + 3z = 4. \end{cases}$$
- 9 
$$\begin{cases} 5x + y + 7z - 15 = 0, \\ 3x + 4y + 2z - 26 = 0, \\ 7x + 2y - 5z - 24 = 0. \end{cases}$$
- 10 
$$\begin{cases} 5x - 3y + 4z = 6, \\ 2x - y - z = 0, \\ 3x - y + 4z - 20 = 0. \end{cases}$$

- 11 
$$\begin{cases} 3x + 2y - 4z = 8, \\ 2x + 4y - 5z = 11, \\ 4x - 3y + 2z = 1. \end{cases}$$
- 12 
$$\begin{cases} 4x + y - 3z + 4 = 0, \\ 2x - 3y + z - 2 = 0, \\ x + 5y - 4z + 5 = 0. \end{cases}$$
- 13 
$$\begin{cases} 4x - y + 2z - 15 = 0, \\ 2x + 3y + 5z - 23 = 0, \\ 6x - 2y + 3z - 22 = 0. \end{cases}$$
- 14 
$$\begin{cases} 4x - y + 2z = 8, \\ 3x - 2y + 5z = 14, \\ 5x + 3y - 3z = 2. \end{cases}$$
- 15 
$$\begin{cases} 2x - 5y + 3z = 4, \\ 4x + 3y - 5z = 2, \\ 5x + 4y - 2z = 18. \end{cases}$$
- 16 
$$\begin{cases} 3x + 2y - 4z = 8, \\ 2x + 4y - 5z = 11, \\ 4x - 3y + 2z = 1. \end{cases}$$
- 17 
$$\begin{cases} 4x + 5y + z = 3, \\ 2x - 8y + z = 2, \\ 8x + 3y - z = 3. \end{cases}$$
- 18 
$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 4, \\ 2x - y + 2z = 16, \\ 4x + 3y + 5z = 26. \end{cases}$$
- 19 
$$\begin{cases} 5x + 3y + z = 7, \\ 4x - 2y - 3z = 3, \\ x + y + z = 3. \end{cases}$$
- 20 
$$\begin{cases} 5x - 3y + 4z = 7, \\ 2x - 2y + 3z = 5, \\ 7x - 8y + 5z = 13. \end{cases}$$

21) a) $\lim_{x \rightarrow 2} (3x^2 - 4)$	б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 1}{x^2 - x - 7}$	в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x - 1}{x^2 - x - 7}$
22) a) $\lim_{x \rightarrow 3} (5x^3 - 100)$	б) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1}$	в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x + 2}{x}$
23) a) $\lim_{x \rightarrow -2} (2x^4 - 20)$	б) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x + 5}$	в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 25}{x^2 + 5}$
24) a) $\lim_{x \rightarrow -2} (4x^2 - 50x)$	б) $\lim_{x \rightarrow -7} \frac{49 - x^2}{x + 7}$	в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{49 - x^2}{3x^2 + 7}$
25) a) $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{3x + 5}{2} \right)$	б) $\lim_{x \rightarrow 11} \frac{x^2 - 121}{x - 11}$	в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 121}{x - 11}$
26) a) $\lim_{x \rightarrow 3} (x^3 + x - 5)$	б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x - 3}$	в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x - 6}{3x^2 - 3}$
27) a) $\lim_{x \rightarrow 0} (3x^3 + x^2 - 8x + 10)$	б) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 3x - 10}{x + 5}$	в) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 3x - 10}{x^3 + 5}$
28) a) $\lim_{x \rightarrow 1} [(7x + 2)(4x - 3)(5x + 1)]$	б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - x - 6}$	в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2x - 1}{-5x^3 - x - 7}$
29) a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x + 3)(x - 2)}{x + 2}$	б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 1}{x^2 - 5x + 6}$	в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x - 1}{x^2 - x - 7}$
30) a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3}{2x - 6}$	б) $\lim_{x \rightarrow -3/2} \frac{4x^2 - 9}{2x + 3}$	в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - 9}{2x^2 + 3}$



Найти производные функций (31-40)

$$31) \text{a) } y = (2x^2 + x)\sqrt{x}$$

$$\text{б) } y = \frac{x^3 + 5x^2}{x+1}$$

$$\text{в) } y = \ln \sin(2x^2 + 1)$$

$$32) \text{a) } y = (2x^3 + 5)(3x + 4)$$

$$\text{б) } y = \frac{x-1}{x^2+2}$$

$$\text{в) } y = \cos e^{x^2}$$

$$33) \text{a) } y = x^3 \ln x$$

$$\text{б) } y = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$$

$$\text{в) } y = (\sin x^2)x$$

$$34) \text{a) } y = x \operatorname{tg} x$$

$$\text{б) } y = \frac{\ln x}{\sin x}$$

$$\text{в) } y = 5^{\sqrt{x^2+1}}$$

$$35) \text{a) } y = \sin x \cos x$$

$$\text{б) } y = \frac{x}{1-x^2}$$

$$\text{в) } y = \ln \sqrt[3]{x^2+1}$$

$$36) \text{a) } y = \ln x \operatorname{tg} x$$

$$\text{б) } y = \frac{\cos x}{\ln x}$$

$$\text{в) } y = e^{\sin(x^2+1)}$$

$$37) \text{a) } y = x \operatorname{ctg} x$$

$$\text{б) } y = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 - x + 1}$$

$$\text{в) } y = \operatorname{tg} \ln(x^3 + 1)$$

$$38) \text{a) } y = (x^2 - 1) \sin x$$

$$\text{б) } y = \frac{x}{\operatorname{tg} x}$$

$$\text{в) } y = \sqrt{\sin(e^{x^3})}$$

$$39) \text{a) } y = \ln x \cos x$$

$$\text{б) } y = \frac{\cos x}{(x^3 - 1)}$$

$$\text{в) } y = \operatorname{tg} \sqrt{x^2 + 1}$$

$$40) \text{a) } y = (5x^2 + 1) \ln x$$

$$\text{б) } y = \frac{2x^2 + 1}{x}$$

$$\text{в) } y = \sqrt[3]{\ln(\cos x)}$$

Исследовать заданные функции методами дифференциального исчисления и построить их графики с асимптотами (41-50)

$$41) y = \frac{x^2 + 1}{x}$$

$$42) y = \frac{x^2}{x-1}$$

$$43) y = \frac{x^2 - 8}{x-3}$$

$$44) y = \frac{x^2 + 9}{x+4}$$

$$45) y = \frac{x^2 - 3}{x+2}$$

$$46) y = \frac{x^2 + 4}{x}$$

$$47) y = \frac{x^2 + 3}{x-1}$$

$$48) y = \frac{x^2 + 5}{x+2}$$

$$49) y = \frac{x^2 - 5}{x-3}$$

$$50) y = \frac{x^2 - 15}{x+4}$$

Выполнить задания (51-60)

51) а) Вычислить интеграл:  $\int (4x^3 - 3x^2 + 2x - 5) dx$

б) вычислить интеграл методом подстановки:  $\int (x-3)^5 dx$

в) Скорость точки, движущейся прямолинейно, задана уравнением  $V=3t^2-2t-1$ . Вычислить ее путь за 5 секунд от начала движения.

52) а) Вычислить интеграл:  $\int \left( \frac{4}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 8 \right) dx$

б) вычислить интеграл методом подстановки:  $\int (5x+2)^7 dx$

в) Скорость точки, движущейся прямолинейно, задана уравнением  $V=9t^2-2t-8$ . Вычислить ее путь за 3 секунд от начала движения.

53) а) Вычислить интеграл:  $\int (e^x + 2) dx$

б) вычислить интеграл методом подстановки:  $\int (\sqrt{2x-2}) dx$

54) Скорость точки, движущейся прямолинейно, задана уравнением  $V=3t^2-2t+5$ . Вычислить ее путь за 4<sup>ю</sup> секунду от начала движения.

55) а) Вычислить интеграл:  $\int (8x^3 - 6x^2 - 2x + 4) dx$

б) вычислить интеграл методом подстановки:  $\int \sqrt{\ln x} \frac{dx}{x}$

в) Скорость точки, движущейся прямолинейно, задана уравнением  $V=t^2-5t+6$ . Вычислить ее путь от начала движения до остановки.

56) а) Вычислить интеграл:  $\int (x^4 - 8x^3 + 4x) dx$

б) вычислить интеграл методом подстановки:  $\int \frac{8x^3}{2x^4 + 5} dx$

в) Скорость точки, движущейся прямолинейно, задана уравнением  $V=6t^2-4t-10$ . Вычислить ее путь за 4 секунды от начала движения.

57) а) Вычислить интеграл:  $\int (e^x + 1) dx$

б) вычислить интеграл методом подстановки:  $\int \frac{3x dx}{5 + x^2}$

в) Скорость точки, движущейся прямолинейно, задана уравнением  $V=8t^3+3t^2-1$ . Вычислить ее путь за 1<sup>ю</sup> секунду движения.

58) а) Вычислить интеграл:  $\int (2x^3 - 5x^2 + 7x - 3) dx$

б) вычислить интеграл методом подстановки:  $\int \frac{x^3 dx}{3x^4 - 2}$

в) Скорость точки, движущейся прямолинейно, задана уравнением  $V=t^2-7t+12$ . Вычислить ее путь от начала движения до остановки.

59) а) Вычислить интеграл:  $\int (x^{-2} - 6x^{-1} + 4) dx$

б) вычислить интеграл методом подстановки:  $\int (x^2 + 1)^3 2x dx$

в) Скорость точки, движущейся прямолинейно, задана уравнением

$V=t^2-5t+6$ . Вычислить ее путь за 2 секунды от начала движения.

60) а) Вычислить интеграл:  $\int (x^3 - 2x^2 + 17) dx$

б) Вычислить интеграл методом подстановки:  $\int \frac{3dx}{(3x+4)^2}$

в) Скорость точки, движущейся прямолинейно, задана уравнением  $V=t^2-5t+6$ . Вычислить ее путь за  $2^{10}$  секунду.

Выполнить задания(61-70)

61 а) Решить квадратное уравнение:

$$x^2 - 4x + 5 = 0$$

б) Изобразить комплексное число, и записать его в тригонометрической форме:  $z = 2 - 2i$

62 а) Решить квадратное уравнение:

$$x^2 - 6x + 16 = 0$$

б) Изобразить комплексное число, и записать его в тригонометрической форме:  $z = 1 + i$

63 а) Решить квадратное уравнение:

$$x^2 + 2x + 3 = 0$$

б) Изобразить комплексное число, и записать его в тригонометрической форме:  $z = -5i$

64 а) Решить квадратное уравнение:

$$2x^2 - x + 1 = 0$$

б) Изобразить комплексное число, и записать его в тригонометрической форме:  $z = i$

65 а) Решить квадратное уравнение:

$$x^2 + 6x + 18 = 0$$

б) Изобразить комплексное число, и записать его в тригонометрической форме:  $z = 3$

66 а) Решить квадратное уравнение:

$$3x^2 + x + 1 = 0$$

б) Изобразить комплексное число, и записать его в тригонометрической форме:  $z = -2 - 2i$

67 а) Решить квадратное уравнение:

$$x^2 + x + 1 = 0$$

б) Изобразить комплексное число, и записать его в тригонометрической форме:  $z = 1 + \sqrt{3}i$

68 а) Решить квадратное уравнение:

$$2x^2 - x + 1 = 0$$

б) Изобразить комплексное число, и записать его в тригонометрической форме:  $z = 1 - \sqrt{3}i$

69а) Решить квадратное уравнение:

$$x^2 + 8x + 17 = 0$$

б) Изобразить комплексное число, и записать его в тригонометрической форме:  $z = -3$

70а) Решить квадратное уравнение:

$$x^2 + 6x + 18 = 0$$

б) Изобразить комплексное число, и записать его в тригонометрической форме:  $z = -1 + i$

## 5 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ.

### Методические указания по решению задач 1-10

Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -3, \text{ I} \leftrightarrow \text{II} \\ 7x_1 + x_2 - x_3 = 10. \end{cases}$$

Для того, чтобы перед переменной  $x_1$  находился коэффициент 1 поменяем местами I и II уравнения

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -3, \text{ I} \cdot (-2) + \text{II} \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 5. \text{ I} \cdot (-7) + \text{II} \\ 7x_1 + x_2 - x_3 = 10 \end{cases}$$

Для того, чтобы уничтожить неизвестную  $x_1$  во втором и третьем уравнениях первое уравнение умножим на  $(-2)$  и сложим с первым, и первое уравнение умножим на  $(-7)$  и сложим с третьим, результаты сложения запишем на место второго и третьего уравнений:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -3, \text{ I} \cdot (-2) + \text{II} \\ 5x_2 - 7x_3 = 11, \quad \text{II} \cdot (-3) + \text{III} \\ 15x_2 - 22x_3 = 31 \end{cases}$$

Теперь уничтожаем неизвестную в третьем уравнении. Для этого второе уравнение умножаем на  $(-3)$  и складываем с третьим, результат записываем на место третьего уравнения.

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -3, \\ 5x_2 - 7x_3 = 11 \\ -x_3 = -2 \end{cases}$$

Теперь совершаем так называемый обратный ход из последнего уравнения

Находим  $x_3=2$ , подставляем найденное значение переменной  $x_3$  во второе уравнение и находим значение переменной  $x_2=5$ .

В заключении подставляем  $x_2$  и  $x_3$  в первое уравнение последней системы уравнений и получаем  $x_1=1$ .

Ответ: (1; 5; 2.)

Решить систему по формулам Крамера.

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 21 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 9 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 10 \end{cases}$$

Решение: Решим систему по формулам Крамера.

$$\begin{aligned} D &= \begin{vmatrix} 3 & -2 & 4 \\ 3 & 4 & -2 \\ 2 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 3 \cdot \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} + 2 \cdot \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = \\ &= 3 \cdot (-4 - 2) + 2 \cdot (-3 + 4) + 4 \cdot (-3 - 8) = -18 + 2 - 44 = -60 \neq 0, \end{aligned}$$

значит, система имеет единственное решение.

$$\begin{aligned} D_1 &= \begin{vmatrix} 21 & -2 & 4 \\ 9 & 4 & -2 \\ 10 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 21 \cdot \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} + 2 \cdot \begin{vmatrix} 9 & -2 \\ 10 & -1 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 9 & 4 \\ 10 & -1 \end{vmatrix} = \\ &= 21 \cdot (-4 - 2) + 2 \cdot (-9 + 20) + 4 \cdot (-9 - 40) = -126 + 22 - 196 = -300 \end{aligned}$$

$$x_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{-300}{-60} = 5$$

$$\begin{aligned} D_2 &= \begin{vmatrix} 3 & 21 & 4 \\ 3 & 9 & -2 \\ 2 & 10 & -1 \end{vmatrix} = 3 \cdot \begin{vmatrix} 9 & -2 \\ 10 & -1 \end{vmatrix} - 21 \cdot \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 9 \\ 2 & 10 \end{vmatrix} = \\ &= 3 \cdot (-9 + 20) - 21 \cdot (-3 + 4) + 4 \cdot (30 - 18) = 33 - 21 + 48 = 60 \end{aligned}$$

$$x_2 = \frac{D_2}{D} = \frac{60}{-60} = -1$$

$$\begin{aligned} D_3 &= \begin{vmatrix} 3 & -2 & 21 \\ 3 & 4 & 9 \\ 2 & -1 & 10 \end{vmatrix} = 3 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 9 \\ -1 & 10 \end{vmatrix} - 3 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 21 \\ -1 & 10 \end{vmatrix} + 2 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 21 \\ 4 & 9 \end{vmatrix} = \\ &= 3 \cdot (40 + 9) - 3 \cdot (-20 + 21) + 2 \cdot (-18 - 84) = 147 - 3 - 284 = -60 \end{aligned}$$

$$x_3 = \frac{D_3}{D} = \frac{-60}{-60} = 1$$

Ответ:  $x_1 = 5, x_2 = -1, x_3 = 1$

а) Вычислить предел:  $\lim_{x \rightarrow -2} (3x^2 - 4x + 17) =$

Для решения данных задач необходимо подставить значения переменной под знак предела:  $= 3 \cdot (-2)^2 - 4 \cdot (-2) + 17 = 3 \cdot 4 + 4 \cdot 2 + 17 = 12 + 8 + 17 = 37$

б) Вычислить предел:  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 5x + 6};$

Для вычисления такого предела надо разложить и (или) числитель и (или) знаменатель на множители для того чтобы можно было провести сокращение. В числителе мы используем известную формулу сокращенного умножения  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ , в знаменателе:

$$ax^2 - bx + c = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2).$$

$$x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$$

$$x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$$

$x_1$  или  $x_2$  найдены из решения уравнения

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$D = b^2 - 4a \cdot c \quad a = 1 \quad b = -5 \quad c = 6 \quad D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25 - 24 = 1$$

$$x_1 = \frac{-(-5) - \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{5 - 1}{2} = 2$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-(-5) + \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{5 + 1}{2} = 3$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$$

$$\text{Тогда } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 5x + 6} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x - 3)(x + 3)}{(x - 2)(x - 3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x + 3}{x - 2} = \frac{3 + 3}{3 - 2} = 6$$

в) Вычислить предел:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x - 5}{1 + x + 3x^2}$$

Сначала мы смотрим на числитель и находим  $x$  в старшей степени:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x - 5}{1 + x + 3x^2}$$

Старшая степень в числителе равна двум.

Теперь смотрим на знаменатель и тоже находим  $x$  в старшей степени:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x - 5}{1 + x + 3x^2}$$

Старшая степень знаменателя равна двум.

Затем мы выбираем самую старшую степень числителя и знаменателя: в данном примере они совпадают и равны двойке.

Итак, метод решения следующий: для того, чтобы раскрыть неопределенность  $\frac{\infty}{\infty}$  необходимо разделить числитель и знаменатель на  $x$  в старшей степени.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x - 5}{1 + x + 3x^2} = \frac{\infty}{\infty} = (*)$$

Разделим числитель и знаменатель на  $x^2$

$$(*) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2x^2 - 3x - 5}{x^2}}{\frac{1 + x + 3x^2}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2x^2}{x^2} - \frac{3x}{x^2} - \frac{5}{x^2}}{\frac{1}{x^2} + \frac{x}{x^2} + \frac{3x^2}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - \frac{3}{x} - \frac{5}{x^2}}{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} + 3} = \frac{2}{3}$$

Ответ:  $\frac{2}{3}$ .



а) Для решения задач данного пункта необходимо изучить три вида формул производной элементарных функций, производная суммы, и произведения функций  $(U \pm V)' = U' \pm V'$  и  $(U \cdot V)' = U'V + V'U$

$$y' = ((2x^2 + x) \cdot \sqrt{x})' =$$

по формуле производной произведения получаем

$$= (2x^2 + x)' \cdot \sqrt{x} + (\sqrt{x})' \cdot (2x^2 + x) =$$

Теперь используем формулы таблицы производных формулу производной суммы

$$= (4x + 1) \cdot \sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot (2x^2 + x) = (4x + 1) \cdot \sqrt{x} + \frac{2x^2 + x}{2\sqrt{x}};$$

б) При решении задач этого пункта надо использовать формулу производной частного  $\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U'V - V'U}{V^2}$

$$\text{Найти производную функции } y = \frac{x^2 - 4x}{\cos x}$$

$$y' = \frac{(x^2 - 4x)' \cdot \cos x - (\cos x)' \cdot (x^2 - 4x)}{\cos^2 x} = \frac{(2x - 4) \cdot \cos x + \sin x \cdot (x^2 - 4x)}{\cos^2 x}$$

в) Прежде чем приступить к решению задач данного пункта, необходимо основательно изучить понятие производной сложной функции ( $y'_x = y'_u \cdot u'_x$ )

Пример: Вычислить производную сложной функции :  $y = \ln(\sin 17x)$ ,

Производная сложной функции найдется как производная внешней функции на производную внутренней функции. Внешней является  $y_u = \ln u$ , внутренней  $u = \sin t$ , но функция  $u = \sin t$  сама является сложной по отношению к переменной  $t$   $u'_t = \cos t \cdot t'$ , где  $t = 17x$ .

Таким образом:

$$y'_x = (\ln \sin 17x)' = \frac{(\sin 17x)'}{\sin 17x} = \frac{\cos 17x \cdot (17x)'}{\sin 17x} = \operatorname{ctg} 17x \cdot 17 = 17 \operatorname{ctg} 17x.$$

Схема исследования функции.

1. Область определения функции
2. Интервалы возрастания и убывания функции
3. Точки минимума и максимума
4. Максимальные и минимальные значения функции
5. Области выпуклости и вогнутости
6. Точки перегиба (если они имеются)
7. Асимптоты
8. Построение графика

Применение Этой схемы рассмотрим на примере

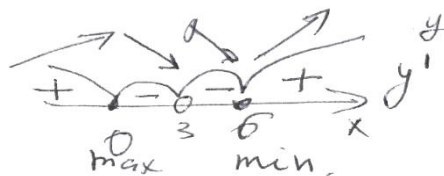
Пример: Исследовать функцию  $y = \frac{x^2}{x-3}$

1. Находим область определения  $D(y) \in (-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$
2. Для определения интервалов возрастания и убывания найдем производную, и приравняем ее к нулю

$$y' = \left( \frac{x^2}{x-3} \right)' = \frac{(x^2)' \cdot (x-3) - (x-3)' \cdot x^2}{(x-3)^2} = \frac{2x \cdot (x-3) - x^2}{(x-3)^2} = \frac{x^2 - 6x}{(x-3)^2}$$

Производная обращается в нуль в точках  $x=0$  и  $x=6$  и терпит разрыв при  $x=3$ . Этими точками числовая прямая делится по четыре промежутка

$-\infty < x < 0$ ,  $0 < x < 3$ ,  $3 < x < 6$  и  $6 < x < \infty$  исследуем знак  $y'$  в каждом из них:



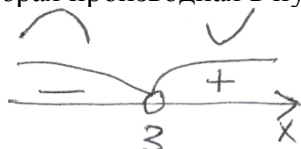
3. Находим максимальное и минимальное значение функции:

$$y_{\max}(0) = \frac{0^2}{0-3} = 0 \quad y_{\min}(6) = 12$$

4. Находим  $y'' = \left( \frac{x^2 - 6x}{(x-3)^2} \right)' = \frac{(x^2 - 6x)' \cdot (x-3)^2 - ((x-3)^2)' \cdot (x^2 - 6x)}{((x-3)^2)^2} =$   

$$= \frac{(2x-6)(x-3)^2 - 2(x-3) \cdot (x^2 - 6x)}{(x-3)^4} = \frac{(x-3)((2x-6) \cdot (x-3) - 2(x^2 - 6x))}{(x-3)^4} = \frac{18}{(x-3)^3}$$

Вторая производная в нуль нигде не обращается и терпит разрыв при  $x=3$



Точек перегиба нет, т.к.  $x=3$  не принадлежит области определения

5. Приравниваем знаменатель к нулю. Так мы найдем уравнение вертикальных асимптот  $x-3=0 \Rightarrow x=3$  – вертикальная асимптота.

Наклонные асимптоты ищем в виде  $f(x)=kx+b$

Где  $k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{y}{x}$ ;  $b = \lim_{n \rightarrow \infty} (y - k \cdot x)$ ;

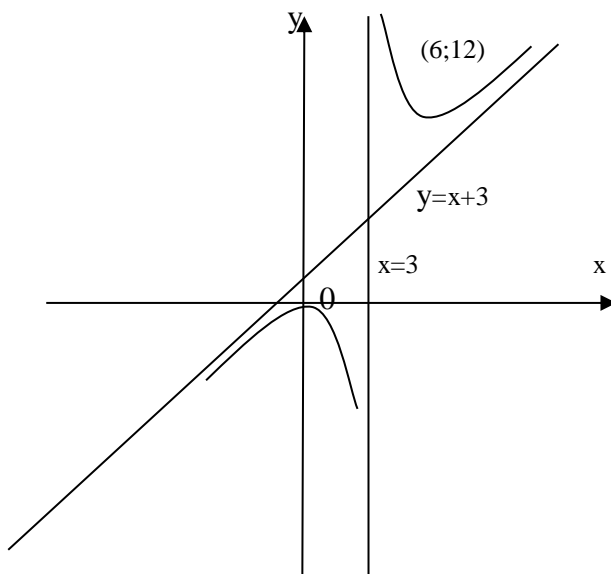
$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x^2}{x-3}}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^2-3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x^2}{\frac{x^2}{x^2}-3}}{\frac{x^2}{\frac{x^2}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{1-\frac{3}{x^2}} = \frac{1}{1-\frac{3}{\infty}} = \frac{1}{1-0} = 1$$

Найдём теперь коэффициент  $b$ :

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2}{x-3} - 1 \cdot x \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2}{x-3} - \frac{x^2-3x}{x-3} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{x-3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{3x}{x}}{\frac{x-3}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{1-\frac{3}{x}} = 3$$

тогда  $f(x) = x + 3$  – уравнение наклонной асимптоты

6. На основании этих данных строим график функции:



## Методические указания для решения задач 51-60

а) Интегралы этого пункта вычисляются с помощью таблицы первообразных, и двух свойств неопределенного интеграла:

1. Вынесение постоянного множителя за знак интеграла

$$\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$$

2. интеграл суммы функций = сумме интегралов этих функций

$$\int (f(x) \pm g(x))dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$$

Пример: вычислить интеграл:  $\int (4x^3 - 8x^2 + 12x - 15)dx$

$$\begin{aligned} \int (4x^3 - 8x^2 + 12x - 15)dx &= \int 4x^3 dx - \int 8x^2 dx + \int 12x dx - \int 15 dx = \\ &= 4 \int x^3 dx - 8 \int x^2 dx + 12 \int x dx - 15 \int 1 dx = 4 \cdot \frac{x^4}{4} - 8 \frac{x^3}{3} + 12 \frac{x^2}{2} - 15x + c = \\ &= x^4 - \frac{8}{3}x^3 + 6x^2 - 15x + c \end{aligned}$$

б) Для вычисления интегралов этого типа используют метод подстановки

Пример: вычислить интеграл методом подстановки:

$$\int \sin 5x dx = \left. \begin{array}{l} 5x = t \\ d(5x) = dt \\ (5x)' dx = dt \\ 5dx = dt \\ dx = \frac{dt}{5} \end{array} \right| = \int \sin t \cdot \frac{dt}{5} = \frac{1}{5} \int \sin t dt = -\frac{1}{5} \cos t + c = -\frac{1}{5} \cos 5x + c$$

в) Решение этого типа задач требует знание темы – определенный интеграл и его приложения.

Пример: Скорость движения точки

$$V = (18t - 3t^2) \text{ м/с}$$

Найдите:

1. Путь, пройденный точкой за 3с. от начала;
2. Путь, пройденный точкой за 3<sup>ю</sup> секунду;
3. Путь, пройденный точкой от начала движения до ее остановки

Решение

1. Согласно условию  $V = 18t - 3t^2$

Тогда путь, пройденный точкой за 3с.

$$S = \int_0^3 (18t - 3t^2) dt = \left( 18 \frac{t^2}{2} - 3 \frac{t^3}{3} \right) \Big|_0^3 = (9t^2 - t^3) \Big|_0^3 = 54 \text{ м.}$$

$$2. \quad S = \int_2^3 (18t - 3t^2) dt = (9t^2 - t^3) \Big|_2^3 = 26 \text{ м}$$

3. Найдем время, когда тело покоилось:

$$18t - 3t^2 = 0$$

$$V=0; \quad 3t(6-t) = 0$$

$$t = 0; t = 6$$

Теперь вычислим путь:  $S = \int_0^6 (18t - 3t^2) dt = 9t^2 - t^3 \Big|_0^6 = 108(\text{м})$

Методические указания по решению задач 61-70.

Если число записано в виде  $z = a + b \cdot i$ , то его модуль  $r$  и аргумент  $\varphi$  находятся по формулам:

$$r = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad \varphi = \begin{cases} \operatorname{arctg} \frac{b}{a}, & \text{если } a > 0 \\ \operatorname{arctg} \frac{b}{a} + \pi, & \text{если } a < 0 \\ \frac{\pi}{2}, & \text{если } a = 0, b > 0 \\ -\frac{\pi}{2}, & \text{если } a = 0, b < 0 \end{cases}$$

**ПРИМЕР.** 1) Записать  $z = -1 + \sqrt{3}i$  в тригонометрической форме.

Находим модуль  $r$  и аргумент  $\varphi$  комплексного числа. Так как его действительная часть  $a = -1$  и мнимая часть  $b = \sqrt{3}$ , то

$$r = \sqrt{(-1)^2 + (\sqrt{3})^2} = 2 \quad \text{и} \quad \varphi = \operatorname{arctg} \frac{b}{a} + \pi = \operatorname{arctg} \left( \frac{\sqrt{3}}{-1} \right) + \pi = -\frac{\pi}{3} + \pi = \frac{2\pi}{3}.$$

Следовательно,  $z = -1 + \sqrt{3}i = 2 \left( \cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right).$

## 6 ПЕРЕЧЕНЬ РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Основные источники:

1. Богомолов, Н. В. Математика: учебник для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2023. — 401 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-07878-7. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.urait.ru/bcode/511565>.
2. Математика: учебник для среднего профессионального образования / О. В. Татарников [и др.] ; под общей редакцией О. В. Татарникова. — Москва: Издательство Юрайт, 2023. — 450 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-9916-6372-4. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.urait.ru/bcode/512206>.

Дополнительные источники:

1. Богомолов, Н. В. Практические занятия по математике в 2 ч. Часть 1 : учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов. — 11-е изд.,

перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2023. — 326 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-08799-4. — URL : <https://urait.ru/bcode/512668>

2. Богомолов, Н. В. Практические занятия по математике в 2 ч. Часть 2 : учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов. — 11-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 251 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-08803-8. — URL : <https://urait.ru/bcode/512669>

3. Математика [Текст]: учебник: [для среднего профессионального образования по техническим специальностям] / В. П. Григорьев, Т. Н. Сабурова. - 4-е изд., стер. - Москва: Академия, 2020. - 367, [1] с.: ил.; 22 см. - (Профессиональное образование) (Топ 50). - 2000 экз. - ISBN 978-5-4468-9418-5 (в пер.) — URL: <https://academia-moscow.ru/catalogue/4890/480304>.