МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. В.Ф. УТКИНА

М.А. БУРОБИН, М.В. ДУБКОВ, В.В. ИВАНОВ, А.Е. МАЛЮТИН

ФИЗИКА. КРАТКИЙ КУРС ЛЕКЦИЙ ЧАСТЬ 4

Учебное пособие

Рязань 2019

УДК 530.1

Физика. Краткий курс лекций. Часть 4: учеб. пособие / М.А. Буробин, М.В. Дубков, В.В. Иванов, А.Е. Малютин; Рязан. гос. радиотехн. ун-т им. В.Ф. Уткина. Рязань, 2019. 93 с.

Рассмотрены основные законы квантовой механики, атомной и ядерной физики, физики твердого тела и элементарных частиц.

Предназначено для самостоятельной работы студентов всех направлений подготовки бакалавров и специальностей, изучающих дисциплину «Физика».

Табл. 2. Ил. 49. Библиогр.: 8 назв.

Волны де Бройля, соотношения неопределенностей, волновая функция, квантование, энергетический уровень, постулаты Бора, оптические спектры, рентгеновские спектры, фермионы, бозоны, электронный газ, теория теплоемкости, сверхпроводимость, проводимость полупроводников, термоэлектрические явления, ядро, радиоактивность, ядерные реакции, элементарные частицы, фундаментальные взаимодействия

Печатается по решению редакционно-издательского совета Рязанского государственного радиотехнического университета имени В.Ф. Уткина.

Рецензент: кафедра общей и экспериментальной физики РГРТУ (д-р техн. наук, профессор А.Н. Власов)

Буробин Михаил Анатольевич Дубков Михаил Викторович Иванов Владимир Васильевич Малютин Александр Евгеньевич

Физика. Краткий курс лекций. Часть 4

Редактор Р.К. Мангутова Корректор С.В. Макушина Подписано в печать 21.06.19. Формат бумаги 60×84 1/16. Бумага писчая. Печать трафаретная. Усл. печ. л. 5,0. Тираж 50 экз. Заказ Рязанский государственный радиотехнический университет. 390005, Рязань, ул. Гагарина, 59/1. Редакционно-издательский центр РГРТУ.

© Рязанский государственный радиотехнический университет, 2019

1. Основы квантовой механики

1.1. Волновые свойства микрочастиц

К началу 20-х годов прошлого века в оптике сложилось представление о двойственности природы света. Для описания ряда физических явлений (интерференция, дифракция, дисперсия,...) использовалась модель электромагнитной волны, других (фотоэффект, эффект Комптона,...) – корпускулярная модель света. В 1923-24 гг. французский физик Луи де Бройль предположил, что подобный корпускулярно-волновой дуализм характерен не только для света, но и присущ всем микрочастицам. В скором времени его идея о волнах вещества нашла экспериментальное подтверждение. А сами волны получили название волн де Бройля.

Фотон обладает энергией

$$\varepsilon = \hbar \omega \tag{1.1}$$

и импульсом

$$\vec{p} = \hbar \vec{k} , \qquad (1.2)$$

где ω – циклическая частота волны, \vec{k} – волновой вектор.

Де Бройль распространил соотношения (1.1) и (1.2) на микрочастицы, определив тем самым связь между их корпускулярными и волновыми свойствами. Корпускулярные свойства определяются энергией ε и импульсом \vec{p} частицы. Волновые – длиной волны λ и частотой v:

$$v = \frac{\varepsilon}{h},\tag{1.3}$$

$$\lambda = \frac{h}{p}.\tag{1.4}$$

Соотношение (1.4) называется формулой де Бройля и является одним из соотношений, лежащих в основе современной физики.

Рассмотрим некоторые свойства волн де Бройля. Фазовая скорость распространения волны, т.е. скорость, с которой распространяются точки волны с постоянной фазой, определяется соотношением

$$\upsilon_{\phi a 3} = \lambda v. \tag{1.5}$$

Подставив (1.3) и (1.4) в (1.5), получим

$$\upsilon_{\phi a3} = \frac{\varepsilon}{p} = \frac{mc^2}{m\upsilon} = \frac{c^2}{\upsilon}.$$
 (1.6)

Так как скорость микрочастицы заведомо ниже скорости света ($\upsilon < c$), то из формулы (1.6) следует, что фазовая скорость волн де Бройля оказывается выше скорости света в вакууме. Это утверждение не противоречит теории относительности, которая запрещает движение со скоростью, большей скорости света. Ограничения, накладываемые теорией относительности, справедливы лишь для процессов, связанных с переносом массы или энергии. Фазовая скорость волны не характеризует ни один из этих процессов, поэтому на ее величину не накладывается никаких ограничений.

2

Подставив (1.3) в (1.5), получим

$$\upsilon_{\phi a s} = \lambda \frac{\varepsilon}{h} = \lambda \frac{mc^2}{h}.$$
 (1.7)

Из формулы (1.7) можно сделать вывод, что фазовая скорость прямопропорциональна длине волны (υ_{φаз} ~ λ). Следовательно, волны де Бройля испытывают большую дисперсию.

Групповая скорость υ_{zp} волн, в отличие от фазовой скорости, не может превышать скорость света. Эту скорость можно задать в виде

$$\upsilon_{zp} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(\hbar\omega)}{d(\hbar k)} = \frac{d\varepsilon}{dp}.$$
(1.8)

Энергия свободной частицы $\varepsilon = c\sqrt{p^2 + m_0^2 c^2}$. Продифференцировав это выражение по импульсу, подставим результат в (1.8):

$$\upsilon_{zp} = \frac{pc}{\sqrt{p^2 + m_0^2 c^2}} = \frac{pc^2}{\varepsilon} = \frac{m\upsilon c^2}{mc^2} = \upsilon$$



Следовательно, групповая скорость волн де Бройля свободной частицы равна ее скорости.

Гипотеза де Бройля была подтверждена экспериментально в опытах К. Дэвиссона и Л. Джермера (1927 г.). Схема экспериментальной установки представлена на рис. 1.1. Пучок электронов направляется из электронной пушки на поверхность заземленного кристалла никеля

и отражается от него. Устройство пушки позволяет задавать электронам, выле-

тающим из нее, определенную скорость. Электроны, рассеянные монокристаллом, улавливают приемником – цилиндром Фарадея, размещенным в плоскости, проходящей через падающий и отраженный пучки электронов. Положение приемника можно изменять таким образом, что это позволяет фиксировать электроны, рассеянные под различными углами. Мерой числа электронов, попадающих в цилиндр Фа-





Рис. 1.3

радея, является сила тока *I* в нем.

В одном из опытов Дэвиссона и Джермера была получена зависимость числа рассеянных электронов от значения их начальной кинетической энергии (рис. 1.2). Электронный поток направлялся на поверхность кристалла под углом θ =65° относительно его поверхности (рис. 1.3). С классической точки зрения электроны, обладающие произвольной кинетической энергией, могут рассеиваться под всевозможными углами. Однако в реальности при энергии $\varepsilon = 54 \, \mathcal{B} B$ наблюдался ярко выраженный максимум числа отраженных электронов. Полученный результат можно объяснить, если предположить, что рассеяние электронов монокристаллом никеля осуществляется подобно отражению таким кристаллом рентгеновских лучей.

Для числовой оценки результатов воспользуемся формулой Вульфа– Бреггов:

$$2d\sin\theta = k\lambda, \tag{1.9}$$

где k – порядок максимума, d –расстояние между атомными плоскостями в кристалле никеля, θ – угол между падающим потоком электронов и плоскостью кристалла (рис. 1.3). Для максимума первого порядка (k = 1) получаем

$$\lambda = 2 \cdot 0,91 \cdot \sin 65^{\circ} \approx 165 \ nm.$$
 (1.10)

Затем на основе формулы де Бройля определим длину волны частицы с массой *m*, движущейся со скоростью $\upsilon \ll c$. Если частица имеет кинетическую энергию ε , то её импульс $p = \sqrt{2m\varepsilon}$. Тогда

$$\lambda = h / \sqrt{2m\varepsilon} \,. \tag{1.11}$$

Для электронов, ускоренных электрическим полем с разностью потенциалов $\Delta \phi$, энергию можно определить как $\varepsilon = e \Delta \phi$, где *e* – заряд электрона. Подставив в формулу (1.11) это выражение и значения всех постоянных, получим

$$\lambda = \frac{1,226}{\sqrt{\Delta\phi}}.\tag{1.12}$$

Из соотношения (1.12) при $\Delta \phi = 54 B$ имеем $\lambda = 167$ пм. Сопоставление этого значения с (1.10) подтверждает справедливость гипотезы де Бройля.

Дальнейшее увеличении энергии электронов приводит к проявлению ожидаемых последовательно чередующихся максимумов и минимумов более высоких порядков (рис. 1.4).

Вскоре после опытов Дэвиссона и Джермера волновые свойства электронов были обна-



ружены в экспериментальных исследованиях П.С. Тартаковского в Ленинградском и Г. Томсона в Эбердинском университетах. Опыты эти состояли в прохождении пучков электронов сквозь тонкие пленки (толщиной порядка 10⁻⁵ см) поликристаллической структуры. По своей постановке эти опыты были аналогичны осуществлению дифракции рентгеновских лучей по методу Дебая– Шеррера, в котором отношение диаметра получаемых дифракционных колец к длине падающей волны для применяемого материала при неизменном расстоянии от образца до фотопластинки должно оставаться постоянным.



Рис. 1.5

На рис. 1.5 представлены фотографии дифракционных картин, полученных при рассеянии рентгеновских лучей пластинкой алюминия, и пучка электронов, прошедших сквозь тонкие пленки золота и меди. Пользуясь подобными фотографиями, Г. Томсон прове-

рил формулу де Бройля и определил по полученным значениям и формуле период кристаллической решетки металла, через который проходили электроны. Результаты совпали с известными ранее данными рентгеноструктурного анализа.

В 1929 г. опытами О. Штерна и его сотрудников была доказана применимость формулы де Бройля к пучкам атомов и молекул. Исследуя отражение пучков атомов и молекул от поверхностей твердых тел, они наблюдали дифракционные явления, описываемые соотношениями, справедливыми для двумерной дифракционной решетки.

В опытах Дэвиссона и Джермера, а также в опытах Томсона интенсивность электронных пучков была столь велика, что через кристалл проходило одновременно большое число электронов. Поэтому можно было предположить, что наблюдаемая дифракционная картина обусловлена одновременным участием в процессе большого числа электронов, а отдельный электрон, проходя через кристалл, дифракции не обнаруживает. Однако это не так. В 1949 г. советские физики Л.М. Биберман, Н.Г. Сушкин и В.А. Фабрикант осуществили опыт, в котором интенсивность электронного пучка была настолько слабой, что электроны проходили через прибор заведомо поодиночке. Промежуток времени между двумя последовательными прохождениями электронов через кристалл примерно в 30 000 раз превосходил время, затрачиваемое электроном на прохождение всего прибора. При достаточной экспозиции на фотопластинке была получена дифракционная картина, ничем не отличающаяся от той, какая наблюдается при обычной интенсивности пучка. Таким образом, было доказано, что волновые свойства присущи отдельному электрону.

Изложенное приводит к выводу о том, что наличие волновых свойств у движущихся частиц, обладающих массой покоя, представляет собой универсальное явление, не связанное с какой-либо спецификой движущейся частицы. Но возникает вопрос, почему волновые свойства не обнаруживаются у макроскопических тел, например у летящей пули. Ответ на этот вопрос связан с особенностью формулы де Бройля и всех других формул квантовой физики, содержащих постоянную Планка. Если в формулах квантовой физики нельзя пренебречь постоянной h, мы всегда будем получать неклассические результаты. И наоборот, если можно считать, что $h \rightarrow 0$, то результаты квантовой физики должны совпадать с классическими. В частности, для тел, масса которых несоизмеримо велика по сравнению с массой атомов и молекул, можно считать, что

$$\lambda = \frac{h}{m\upsilon} \approx 2,19 \cdot 10^{-34} \, \mathrm{M} \, .$$

Такая длина волны никаким дифракционным опытом не может быть обнаружена. Поэтому волновые свойства у макроскопических тел практически не проявляются и реально объектами изучения квантовой механики являются атомы, молекулы, кристаллы, а также атомные ядра и «элементарные» частицы.

Рассмотрим еще один аспект, присущий квантовой механике. Для этого попытаемся определить значение координаты x свободно летящей микрочастицы, поставив на ее пути щель шириной Δx , расположенную перпендикулярно к направлению движения частицы (рис. 1.6). До прохождения частицы через щель ее составляющая импульса p_x имеет точное значение, равное нулю (щель по условию перпендикулярна к импульсу), так что $\Delta p_x = 0$, зато координата x ча-

стицы является совершенно неопределенной. В момент прохождения частицы через щель положение меняется. Вместо полной неопределенности координаты x появляется неопределенность Δx , но это достигается ценой утраты определенности значения υ_x . Действительно, вследствие дифракции имеется некоторая вероятность того, что частица будет двигаться в пределах угла 2φ , где φ – угол, соответствующий первому дифракционному минимуму (максимумами высших



Рис. 1.6

порядков можно пренебречь, поскольку их интенсивность мала по сравнению с интенсивностью центрального максимума). Таким образом, появляется неопределенность: $\Delta p_x = p \sin \varphi$.

Краю центрального дифракционного максимума (первому минимуму), получающемуся от щели шириной Δx , соответствует угол φ , для которого условие максимума первого порядка

$$\Delta x \cdot \sin \phi = \lambda \Longrightarrow \sin \phi = \frac{\lambda}{\Delta x}.$$

Следовательно,

$$\Delta p_x \sim p \frac{\lambda}{\Delta x}.$$

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \sim p\lambda = h = 2\pi\hbar.$$

Таким образом, корпускулярно-волновая двойственность свойств частиц, изучаемых в квантовой механике, затрагивает вопрос о границе применимости понятий классической физики в микромире. В квантовой механике оказывается невозможным одновременно характеризовать объект микромира его координатами (положением в пространстве) и импульсом (в классическом смысле этих понятий).

Ограниченная пространственная протяженность Δx некоторого цуга волн связана с наличием у него принципиальной немонохроматичности – неизбежного наличия у такого цуга определенного интервала возможных частот $\Delta \omega$ или интервала волновых чисел Δk монохроматических волн, составляющих этот цуг. Между Δx и Δk существует связь:

 $\Delta x \Delta k \leq 1$.

 $\Delta k = \Delta p_x / \hbar$.

Это соотношение справедливо для любых волновых процессов. Для волны де Бройля частицы, движущейся вдоль оси x с импульсом $p_x = p$ с учётом $p = \hbar k$, имеем

Тогда

$$\Delta x \Delta p_x \ge \hbar. \tag{1.13}$$

Рассматривая движения частицы вдоль осей у и z с проекциями импульсов, соответственно равными p_y и p_z , мы получили бы аналогичные соотношения:

$$\Delta y \Delta p_{y} \ge \hbar, \tag{1.14}$$

$$\Delta z \Delta p_z \ge \hbar. \tag{1.15}$$

Выражения (1.13)-(1.15) называются соотношениями неопределенностей Гейзенберга. В этих формулах Δx , Δy и Δz означают интервалы координат, в которых может быть локализована частица, описываемая волной де Бройля; Δp_x , Δp_y и Δp_z – интервалы, в которых заключены проекции импульса частицы по осям x, y и z соответственно.

Эти соотношения показывают, что

1) координаты частицы x, y, z и проекции p_x, p_y и p_z ее импульса на соответствующие оси не могут одновременно иметь значения, в точности равные соответственно x и p_x, y и p_y, z и p_z (они могут иметь лишь значения, определенные с некоторой степенью неточности);

2) значения Δx и Δp_x , Δy и Δp_y , Δz и Δp_z одновременно не могут быть равны нулю;

3) локализация электрона в области Δx означает, что у такой системы волн не будет строго фиксированного импульса p_x (импульс электрона может быть найден лишь с точностью до величины Δp_x , определяемой соотношением $\Delta p_x \ge \hbar/\Delta x$). И наоборот, если импульс электрона p_x задан в интервале Δp_x импульсов, то электрон может быть обнаружен с вероятностью, равной единице, в области Δx , удовлетворяющей неравенству $\Delta x \ge \hbar/\Delta p_x$.

То есть классические понятия координаты и импульса применимы к микрочастицам лишь в пределах, устанавливаемых соотношениями Гейзенберга.

Соотношения неопределенностей показывают, что с увеличением массы *m* частицы ограничения, вносимые ими в возможность применения классических понятий координаты и скорости, уменьшаются. Рассмотрим несколько примеров. Пусть, например, траектория электрона определяется по следу, который он оставил на фотопластинке. Положение электрона может быть зафиксировано с точностью, определяемой линейными размерами зерна фотоэмульсии, испытавшего воздействие электрона. Примем, что эти размеры имеют порядок величины $\Delta x \sim 10^{-6} \, m$. Тогда в соответствии с соотношением неопределенностей неточность в определении импульса электрона равна $\Delta p_x \ge \hbar/\Delta x \approx 10^{-28} \, \kappa z \cdot m/c$. Неточность, с которой может быть найдена скорость электрона, равна $\Delta v_x \ge \Delta p_x/m \approx 10^2 \, m/c$. Обычно след на фотопластинке оставляют быстрые электроны со скоростями $\upsilon \gg \Delta \upsilon_x \left(\upsilon \sim 10^6 - 10^7 \, m/c\right)$. В этом случае, очевидно, можно говорить о движении электрона по некоторой траектории с точно заданной в каждой точке скоростью.

Или, например, для пылинки с массой $10^{-13} \kappa z$ и линейным размером в $10^{-6} M$, координата которой определена с точностью до 1/100 ее размеров (т.е. $\Delta x \sim 10^{-8} M$), неопределенность в значении скорости составит $\Delta v_x \sim 10^{-13} M/c$. Эта неопределенность практически не будет сказываться при всех скоростях, с которыми может двигаться такая частица.

Для макроскопических тел соотношения неопределенностей не вносят ограничения в возможность применять понятия координаты и скорости. В этих случаях говорят о точных значениях координаты и скорости и рассматривают движение тела по траектории в соответствии с законами классической механики.

Соотношения неопределенностей существуют не только для координат и импульсов. Можно доказать, например, что если частица находится в нестационарном (например, возбужденном) состоянии в течение времени Δt и обладает некоторой энергией E, то энергия может быть задана с ограниченной степенью точности. Если обозначить через ΔE неопределенность в задании E, то

$$\Delta E \Delta t \ge \hbar. \tag{1.16}$$

Одним из идеалистических выводов из соотношений неопределенностей является утверждение о том, что якобы из этих соотношений вытекает неприменимость к явлениям, протекающим в микромире, принципа причинности. На первый взгляд, кажется, что это утверждение имеет основания. Действительно, принцип причинности означает возможность на основании известного в некоторый момент времени состояния системы точно предсказать ее состояние в любой следующий момент времени. Классическая механика Ньютона позволяет по известным в момент времени t_0 координатам x_0 , y_0 , z_0 и проекциям скорости υ_{x_0} , υ_{y_0} , υ_{z_0} любой материальной точки определить с помощью решения уравнений ее движения координаты и скорость точки в момент времени t. Это положение называется механическим детерминизмом. Поскольку координаты и скорости микрообъектов одновременно могут быть определены лишь в рамках соотношений неопределенностей, можно как будто сделать вывод о том, что и в начальный момент t_0 состояние системы не может быть точно определено, а поэтому и последующие состояния не могут быть предсказаны, т.е. нарушается принцип причинности. В действительности дело обстоит иначе. В квантовой механике само понятие о состоянии системы приобретает иной смысл, чем в классической физике, – для определения этого состояния нужен иной подход. Максимально точным заданием состояния микрообъекта в квантовой механике является задание его ψ -функции, которая удовлетворяет некоторому дифференциальному уравнению. Это значит, что задание ψ -функции для момента времени t_0 определяет ее значение для момента $t > t_0$. Другими словами, в квантовой механике в соответствии с требованием принципа причинности состояние микрообъекта, определенное в некоторый момент времени t_0 , однозначно предопределяет его дальнейшие состояния. К микрообъектам нельзя применять принципы причинности в форме, заимствованной из классической механики и основанной на применении понятий координат и импульсов, ибо особая природа микрообъектов этого не допускает.

1.2. Волновая функция и её свойства

В связи со сказанным выше возникает вопрос. Если классические принципы описания поведения объектов в физике микромира не приемлемы, то каким образом тогда описывать поведение микрочастиц? Попытаемся последовательно сформулировать требования, накладываемые на функцию для таких частиц.

Во-первых, так как микрочастицы проявляют волновые свойства, то функция должна носить волновой характер.

Во-вторых, так как определение параметров микрочастиц носит вероятностный характер, то эта функция должна быть связана с вероятностью dW обнаружения частицы в заданной окрестности некой выделенной точки (x, y, z)пространства в определенный момент времени.

В-третьих, так как вероятность обнаружения частицы больше в той области пространства, где больше соответствующая ей амплитуда волны де Бройля, то вероятность нахождения частицы в некой точке пространства должна быть пропорциональна амплитуде волновой функции: $dW \sim A$.

В-четвертых, воздействие волны на объект определяется ее интенсивностью, которая пропорциональна квадрату амплитуды. Таким образом, вероятность dW обнаружения частицы в некотором объеме пространства dV должна определяться квадратом этой функции, то есть

$$dW = \left|\psi\right|^2 dV, \qquad (1.17)$$

где ψ – искомая функция, $|\psi|^2 = \psi \cdot \psi^*$ – плотность вероятности, то есть вероятность появления частицы в заданном единичном объеме.

Вероятность же нахождения частицы в определенном конечном объеме пространства будет определяться как

$$W = \int_{(V)} dW = \int_{(V)} |\psi|^2 \, dV \,. \tag{1.18}$$

В-пятых, если принять, что наша частица в принципе в данный момент времени существует, то вероятность обнаружения ее во всем известном пространстве должна быть равна 1. Таким образом, для такой частицы должно выполняться условие нормировки функции вероятности

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi|^2 \, dV = 1.$$
 (1.19)

В-шестых, искомая волновая функция должна удовлетворять следующим условиям:

- она должна быть конечной, так как вероятность обнаружения частицы во всех точках пространства не может быть больше единицы;

- она должна быть однозначной, так как не может быть двух вероятностей нахождения частицы в заданной области пространства;

- она должна быть непрерывной, так как вероятность нахождения частицы в однородной области пространства не может изменяться скачкообразно;

- она должна удовлетворять принципу суперпозиции, который гласит следующее:

Если система может находиться в различных состояниях, описываемых волновыми функциями $\psi_1, \psi_2, \psi_3, ..., \psi_n$, то она может находиться и в состоянии ψ , которое является линейной комбинацией этих функций:

$$\Psi = \sum_{i=1}^{n} c_i \Psi_i \tag{1.20}$$

где c_i – некоторые весовые коэффициенты.

В-седьмых, ψ – функция должна являться решением некого волнового уравнения, которое в общем случае должно учитывать воздействие на эту частицу каких-либо силовых полей. Нахождение этого «уравнения движения» было основной задачей нового квантово-механического подхода к описанию поведения микрочастиц. В 1926 г. его записал молодой австриец Э. Шрёдингер.

1.3. Уравнение Шрёдингера

Общее или временное уравнение Шрёдингера:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi(x,y,z,t) + U(x,y,z,t)\psi(x,y,z,t) = i\hbar\frac{\partial\psi(x,y,z,t)}{\partial t}, \quad (1.21)$$

где m – масса частицы; U(x, y, z, t) – функция, описывающая воздействие на микрочастицу внешних силовых полей; ψ – искомая волновая функция; $\partial^2 = \partial^2 = \partial^2$

 $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \text{ оператор Лапласа.}$

Уравнение (1.21), подобно уравнениям Ньютона и Максвелла, является аксиомой квантовой механики (оно не выводится). Его истинность определяется истинностью тех результатов, которые из него следуют.

Решением уравнения в общем виде является функция, которая зависит не только от пространственных координат, но и от времени. Однако на практике встречается достаточно большое количество ситуаций, в которых силовое поле, действующее на частицы стационарно, т.е. неизменно во времени

$$U(x, y, z, t) \equiv U(x, y, z).$$

Тогда решение временного уравнения Шредингера можно представить в виде произведения двух функций

$$\psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z) \cdot \exp(-i\omega t), \qquad (1.22)$$

где $\omega = E/\hbar$ – циклическая частота волны, E – полная энергия частицы.

Подстановка (1.22) в (1.21) позволяет записать уравнение Шрёдингера для стационарных состояний

$$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E - U\left(x, y, z\right) \right) \psi = 0.$$
(1.23)

Это дифференциальное уравнение, которое в общем случае имеет бесконечно большое количество решений. Накладывая на него граничные условия, из всех решений можно выделить лишь те, которые имеют физический смысл. Это будет иметь место при вполне определенных значениях энергии частицы, которые определяются условиями каждой конкретной задачи. Такие значения энергии называются собственными значениями, а соответствующие им решения – собственными функциями.

Рассмотрение решения уравнения Шрёдингера для частиц, находящихся в различных условиях, приводит к результатам, отличным от тех, которые соответствуют законам классической механики. Рассмотрим ряд наиболее ярких случаев, демонстрирующих это отличие.

1.4. Движение свободной частицы

Пусть свободная частица движется в направлении оси *x*, обладая импульсом p_x . Тогда уравнение Шрёдингера упрощается. Частица свободная и, следовательно, не взаимодействует с силовыми полями. Это означает что её потенциальная энергия равна нулю (U = 0), а полная энергия равна кинетической. В этом случае уравнение (1.23) можно переписать в виде

$$\frac{\partial^2 \Psi(x)}{\partial x^2} + \frac{2mE}{\hbar^2} \Psi(x) = 0.$$

Заменив дробь на волновой вектор в квадрате

$$k^2 = 2mE/\hbar^2 ,$$

получим однородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами

$$\frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} + k^2 \psi(x) = 0.$$
 (1.24)

Решением уравнения (1.24) будет функция $\psi(x) = A \cdot \exp(ikx).$

Дополнив полученную функцию множителем $\exp(-i\omega t)$, получим решение временного уравнения Шрёдингера

$$\Psi(x,t) = A \cdot \exp\left[-i\left(\omega t - kx\right)\right]$$
(1.25)

для свободной частицы с энергией $E = \hbar \omega$ и импульсом $p_x = \hbar k$.

Соотношение (1.25) можно переписать в общем виде:

$$\Psi(x, y, z, t) = A \cdot \exp\left[-i\left(\omega t - \vec{k}\vec{x}\right)\right]$$
(1.26)

для свободной частицы с энергией $E = \hbar \omega$ и импульсом $\vec{p} = \hbar \vec{k}$, движущейся в направлении вектора \vec{r} .

По своей сути уравнение (1.26) описывает монохроматическую волну де Бройля, характерными особенностями которой являются следующие:

1) так как энергия и импульс частицы могут принимать любые значения, то эти волны имеют непрерывный спектр;

2) плотность вероятности $(|\psi|^2 = \psi \cdot \psi^* = A^2)$ не зависит от времени и одинакова в любой области пространства.

1.5. Частица в прямоугольной потенциальной яме

Пусть частица находится в одномерной прямоугольной «потенциальной яме» с бесконечно высокими «стенками». Введем систему координат таким образом, чтобы частица двигалась вдоль оси x. Такая «яма» описывается потенциальной энергией вида

$$U(x) = \begin{cases} \infty, \ x < 0, \\ 0, \ 0 \le x \le l \\ \infty, \ x > l, \end{cases}$$

где l – ширина «ямы», а энергия отсчитывается от ее дна (см. рис. 1.7).

По условию задачи (бесконечно высокие «стенки») частица не проникает за пределы «ямы», поэтому вероятность ее обнаружения (а следовательно, и волновая функция) за пределами «ямы» равна нулю. На границах «ямы» (при x = 0 и x = l) непрерывная волновая функция также должна обращаться в нуль. Следовательно, граничные условия:

$$\Psi(0) = \Psi(l) = 0.$$

В пределах «ямы» уравнение Шрёдингера сводится к уравнению (1.24):

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + k^2 \Psi = 0, \qquad (1.27)$$

 $U \rightarrow \infty$ U=0 $U \rightarrow \infty$

Рис. 1.7

где квадрат волнового числа

$$k^2 = 2mE/\hbar^2 \,. \tag{1.28}$$

Общее решение дифференциального уравнения (1.27) будем искать в виде $\psi(x) = A \sin k r \perp P \sim$

$$J(x) = A\sin kx + B\cos kx.$$
(1.29)

Подставляем граничное условие $\psi(0) = 0$ и определяем B = 0. Тогда (1.29) принимает вид

$$\psi(x) = A\sin kx \,. \tag{1.30}$$

Второе граничное условие $\psi(l) = 0$ выполняется только для kl = np, где n– целые числа, т.е.

$$k = \frac{n\pi}{l}.\tag{1.31}$$

Подставим (1.31) в (1.28) и выразим энергию

$$E_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2ml^2} \left(n = 1, 2, 3, \ldots \right).$$
(1.32)

Из формулы (1.32) следует, что стационарное уравнение Шрёдингера, описывающее движение частицы в «потенциальной яме» с бесконечно высокими «стенками», удовлетворяется только при собственных значениях E_n , зависящих от целого числа n. Следовательно, энергия E_n частицы в «потенциальной яме» с бесконечно высокими «стенками» принимает лишь определенные дискретные значения, т.е. квантуется. Квантованные значения энергии E_n называются уровнями энергии, а число n – главным квантовым числом.

Вернемся к уравнению (1.30). Подставим в него значения волнового числа (1.31) и найдем собственные функции:

$$\psi(x) = A\sin\frac{n\pi}{l}x.$$

Постоянную А определим из условия нормировки:

$$A^{2} \int_{0}^{l} \sin^{2} \frac{n\pi}{l} x \, dx = 1$$

В результате получим $A = \sqrt{2/l}$, и собственные функции примут вид

$$\Psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{n\pi}{l} x (n = 1, 2, 3, ...).$$
(1.33)

Графики функций (1.33), соответствующие уровням энергии (1.32) при n = 1, 2, 3, приведены на рис. 1.8, *a*. На рис. 1.8, *b* показаны зависимости плотности вероятности обнаружения частицы на различных расстояниях от «стенок» ямы, соответствующие n = 1, 2, 3. Из рисунка следует, что, например, в квантовом состоянии с n = 2 частица не может находиться в середине «ямы», в то время как одинаково часто может пребывать в ее левой и правой частях. Такое поведение частицы указывает на то, что представления о траекториях частицы в квантовой механике несостоятельны.

Воспользовавшись формулой (1.32), можно определить энергетический интервал между двумя соседними уровнями: $\pi^2 \hbar^2$ (с $\pi^2 \hbar^2$)

$$\Delta E_n = E_{n+1} - E_n = \frac{1}{2ml^2} (2n+1) \approx \frac{1}{ml^2} n.$$

$$E_{a} = \begin{bmatrix} \psi_n(x) & n & E \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$E_{a} = \begin{bmatrix} \psi_n(x) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$E_{a} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$E_{a} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$E_{a} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$E_{a} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$E_{a} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$E_{a} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$E_{a} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$E_{a} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$E_{a} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$E_{a} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$E_{a} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$E_{a} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Например, при размерах ямы $l = 10^{-1} M$ для электрона (свободные электроны в металле) $\Delta E_n \approx n \cdot 10^{-16} \Im B$, т.е. энергетические уровни расположены столь тесно, что спектр практически можно считать непрерывным. Если же размеры ямы соизмеримы с атомными $(l \approx 10^{-10} M)$, то для электрона $\Delta E_n \approx n \cdot 10^2 \Im B$, т.е. получаются явно дискретные значения энергии (линейчатый спектр).

На основе вышеизложенного можно заключить, что если движение микрочастицы ограничено силовым воздействием так, что она локализована в «потенциальной яме» шириной l, то уравнение Шрёдингера имеет решение лишь при определенном дискретном наборе значений энергий E_n , которые определяются значением целого числа n. По мере увеличения энергии системы относительная разность энергий уровней уменьшается и в пределе стремится к нулю. То есть при достаточно больших n можно говорить о почти непрерывной последовательности уровней, при которой дискретность сглаживается. Этот факт обусловлен проявлением принципа соответствия Бора, согласно которому законы квантовой механики должны при больших значениях квантовых чисел переходить в законы классической механики.

1.6. Прохождение частицы через потенциальный барьер

Пусть частица массой m движется в направлении оси x с кинетической энергией E. Она налетает на потенциальный барьер прямоугольной формы высотой U_0 и протяженностью l (рис. 1.9). И пусть энергия частицы ниже высоты этого барь-

ера ($E < U_0$). Тогда уравнение Шрёдингера для стационарных состояний (1.23) для областей *I* и *III* можно записать в виде

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \Psi = 0.$$
 (1.34)

Для области II

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E - U_0 \right) \psi = 0.$$
(1.35)

Решения уравнений будем искать в виде экспоненциальной функции

$$\Psi = \exp(\lambda x). \tag{1.36}$$

Подставив (1.36) в уравнение (1.34), получим

$$\lambda^2 + \frac{2m}{\hbar^2}E = 0.$$

Следовательно, $\lambda = \pm i\alpha$, где $\alpha = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2mE}$.

Аналогично, подставив (1.36) в (1.35), получим для области II

$$\lambda^2 + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E - U_0 \right) = 0.$$



$$\lambda = \beta = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)}$$

Тогда общее решение дифференциальных уравнений для областей *I* и *III* имеет вид

$$\psi_1 = A_1 \exp(i\alpha x) + B_1 \exp(-i\alpha x)$$
(1.37)

$$\psi_3 = A_3 \exp(i\alpha x) + B_3 \exp(-i\alpha x). \qquad (1.38)$$

Для области II

$$\Psi_2 = A_2 \exp(\beta x) + B_2 \exp(-\beta x). \tag{1.39}$$

Определим постоянные A_i и B_i .

Во-первых, функция вида exp(iax) описывает волну, распространяющуюся в положительном направлении оси *x* (вправо). А exp(-iax) - в отрицательном (влево). В области *III* волна не может быть отраженной. Следовательно, коэффициент $B_3=0$.

Во-вторых, волна должна быть непрерывной. Следовательно,

$$\psi_1(0) = \psi_2(0) \ u \ \psi_2(l) = \psi_3(l). \tag{1.40}$$

И, в-третьих, волна должна быть гладкой. Следовательно,

$$\psi_1'(0) = \psi_2'(0) \ u \ \psi_2'(l) = \psi_3'(l). \tag{1.41}$$

Подставим условия (1.40) и (1.41) в (1.37)-(1.39) и получим систему уравнений:

$$A_1 + B_1 = A_2 + B_2, (1.42)$$

$$A_2 \exp(\beta l) + B_2 \exp(-\beta l) = A_3 \exp(i\alpha l), \qquad (1.43)$$

$$i\alpha A_1 - i\alpha B_1 = \beta A_2 - \beta B_2, \qquad (1.44)$$

$$\beta A_2 \exp(\beta l) - \beta B_2 \exp(-\beta l) = i\alpha A_3 \exp(i\alpha l). \qquad (1.45)$$

Умножим (1.42) на *і*а и сложим результат с (1.44):

$$2i\alpha A_{1} = (i\alpha + \beta)A_{2} - (i\alpha - \beta)B_{2}.$$
(1.46)

Умножим (1.43) на *і*α и вычтем из результата (1.45):

$$(i\alpha - \beta)A_2 \exp(\beta l) + (i\alpha + \beta)B_2 \exp(-\beta l) = 0.$$
(1.47)

Решив совместно систему уравнений (1.46) и (1.47), запишем формулы для параметров A_2 и B_2 :

$$B_{2} = -\frac{2i\alpha(i\alpha - \beta)\exp(\beta l)}{(i\alpha + \beta)^{2}\exp(-\beta l) - (i\alpha - \beta)^{2}\exp(\beta l)}A_{1},$$
$$A_{2} = \frac{2i\alpha(i\alpha + \beta)\exp(-\beta l)}{(i\alpha + \beta)^{2}\exp(-\beta l) - (i\alpha - \beta)^{2}\exp(\beta l)}A_{1}.$$

Подставляем результат в (1.43) и, проведя ряд преобразований, получаем

$$\frac{A_3}{A_1} = \frac{4i\alpha\beta}{(i\alpha+\beta)^2 \exp(-\beta l) - (i\alpha-\beta)^2 \exp(\beta l)} \exp(-i\alpha l)$$

Разделим числитель и знаменатель на α². Получим

$$\frac{A_3}{A_1} = \frac{4ni}{\left(n+i\right)^2 \exp\left(-\beta l\right) - \left(n-i\right)^2 \exp\left(\beta l\right)} \exp\left(-i\alpha l\right), \quad (1.48)$$
$$= \sqrt{\frac{U_0 - E}{E}}.$$

где $n = \frac{\beta}{\alpha} = \sqrt{\frac{U_0 - U_0}{E}}$

Величина $\beta l = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)} l$ обычно много больше единицы. Поэтому выражение (1.48) можно упростить:

$$\frac{A_3}{A_1} \approx -\frac{4ni}{\left(n-i\right)^2 \exp\left(\beta l\right)} \exp\left(-i\alpha l\right)$$
(1.49)

Для описания туннельного эффекта вводится понятие прозрачности *D* потенциального барьера:

$$D = \frac{I_{npox}}{I_{na\partial}},$$

где *I_{npox}* – интенсивность волны де Бройля, прошедшей сквозь барьер, *I_{nad}* – интенсивность падающей на барьер волны де Бройля.

Интенсивность волны пропорциональна квадрату амплитуды. Следовательно, с учетом $|n-i| = \sqrt{n^2 + 1}$ получаем

$$D = \left(\frac{A_3}{A_1}\right)^2 \approx \left[-\frac{4ni}{\left(n-i\right)^2 \exp\left(\beta l\right)} \exp\left(-i\alpha l\right)\right]^2 = \frac{16n^2}{\left(n^2+1\right)^2} \exp\left(-2\beta l\right).$$

Величина $n^2 = \frac{U_0 - E}{E} = \frac{U_0}{E} - 1$, как правило, имеет значения порядка долей

единицы. При этом дробь $\frac{16n^2}{(n^2+1)^2}$ оказывается сопоставимой с единицей. Тогда

для прямоугольного потенциального барьера получаем

$$D = D_0 \exp\left(-\frac{2}{\hbar}\sqrt{2m(U_0 - E)}l\right),\tag{1.50}$$

где D_0 – постоянный коэффициент, близкий к единице.

Величину *D* можно рассматривать как вероятность прохождения волн де Бройля сквозь потенциальный барьер или как вероятность просачивания частицы, описываемой волной де Бройля, сквозь потенциальный барьер. Прозрачность потенциального барьера зависит от его «формы» и высоты.

Из полученного решения уравнения Шрёдингера следует:

- при любых соотношениях между энергией частицы и высотой потенциального барьера существует вероятность ее отражения от него;

- даже если энергия частицы меньше высоты барьера, существует отличная от нуля вероятность того, что микрочастица может пройти (просочиться) сквозь потенциальный барьер так, что ее можно обнаружить как внутри барьера, так и за ним.

Явление прохождения частицы сквозь потенциальный барьер получило название туннельного эффекта. Туннельный эффект не является теоретической

моделью. Он наблюдается на практике во многих процессах, особенно в физике поверхности сред, где поверхность можно представить в виде потенциального граничного барьера.



Туннельный эффект может играть заметную роль в тех случаях, когда прозрачность барьера не слишком мала. Это условие осуществляется только в тех случаях, когда линейные размеры потенциального барьера соизмеримы с атомными размерами. Например, при $U_0 - E \approx 10 \ B$ для электрона $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \kappa^2$ при $l = 10^{-10} \ M$ получаем

 $D \approx \exp(-3,24)$. При тех же условиях для $l = 10^{-2} \, M$, т.е. в макроскопической области, имеем $D \approx \exp(-3,24 \cdot 10^8)$. То есть с увеличением массы частицы и разности $U_0 - E$ прозрачность барьера уменьшается.

Для потенциального барьера сложной формы прозрачность барьера подсчитывается по формуле

$$D = D_0 \exp\left(-\frac{2}{\hbar} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2m \left[U(x) - W\right]} dx\right), \qquad (1.51)$$

где x_1 и x_2 – координаты начала и конца потенциального барьера U(x) для данного значения полной энергии E (рис. 1.10).

1.7. Квантовый гармонический осциллятор

Гармоническим осциллятором называют частицу, совершающую одномерное движение под действием квазиупругой силы F = -kx. Потенциальная энергия такой частицы

$$U = \frac{kx^2}{2}.\tag{1.52}$$

Собственная частота гармонического осциллятора может быть определена как

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \qquad (1.53)$$

где *m* – масса частицы.

Выразив из (1.53) k и подставив в (1.52), получим

$$U = \frac{m\omega^2 x^2}{2}.$$
 (1.54)

С учетом (1.54) стационарное уравнение Шрёдингера (1.23) принимает вид

$$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E - \frac{m\omega^2 x^2}{2} \right) \psi = 0.$$
 (1.55)

Дифференциальное уравнение (1.55) имеет конечные, однозначные и непрерывные решения при

$$E_n = \left(n + 1/2\right)\hbar\omega. \tag{1.56}$$

На рис. 1.11 представлена схема энергетических уровней гармонического осциллятора. Для наглядности уровни вписаны в кривую потенциальной энергии. Однако следует помнить тот факт, что, если бы частица обладала определенной кинетической энергией, то она имела бы определенный импульс. Аналогично, если бы частица имела определенную потенциальную энергию, то она находилась бы в точно заданном месте пространства. Поскольку координата и импульс частицы не могут одновременно иметь определенные значения, не мо-





гут быть одновременно точно определены и соответствующие энергии. Поэтому в квантовой механике, с одной стороны, полная энергия частицы E принимает строго определенные значения. С другой, эта энергия не может быть представлена в виде суммы одномоментно точно заданных значений кинетической и потенциальной энергий.

Уровни энергии гармонического осциллятора являются эквидистантными, т.е. отстоящими друг от друга на одинаковое расстояние. Наименьшее возможное значение энергии равно $E_0 = 1/2\hbar\omega$. Это значение называется нулевой энергией.

Существование нулевой энергии подтверждается экспериментами по изучению рассеяния света кристаллами при низких температурах. Оказывается, что интенсивность рассеянного света по мере понижения температуры стремится не к нулю, а к некоторому конечному значению, указывающему на то, что и при абсолютном нуле колебания атомов в кристаллической решетке не прекращаются.

Квантовая механика позволяет вычислить вероятности различных переходов квантовой системы из одного состояния в другое. Подобные вычисления показывают, что для гармонического осциллятора возможны лишь переходы между соседними уровнями. При таких переходах квантовое число *n* изменяется на единицу:

$$\Delta n = \pm 1. \tag{1.57}$$

Условия, накладываемые на изменения квантовых чисел при переходах системы из одного состояния в другое, называются правилами отбора.

Из правила (1.57) вытекает, что энергия гармонического осциллятора может изменяться только порциями $\hbar\omega$. Этот результат, получающийся естественным образом в квантовой механике, совпадает с тем весьма чужеродным для классической физики предположением, которое пришлось сделать Планку, чтобы вычислить испускательную способность абсолютно черного тела. Отметим, что Планк предполагал, что энергия гармонического осциллятора может быть лишь целой кратной $\hbar\omega$. В действительности же имеется еще нулевая энергия, существование которой было установлено только после создания квантовой механики.

2. Основы атомной физики

2.1. Основы оптической спектроскопии

При изучении курса общей физики мы неоднократно использовали представления об атомарном строении вещества. Как во времена древней Греции, когда зародились атомистические представления, так и в 18-м веке, когда эта теория стала продуктивно применяться для объяснения многих явлений, атомы рассматривались как неделимые частицы материи (на древнегреческом ἄτομος – неделимый). В то же время в 19-м веке были установлены явления, свидетельствующие о сложном поведении атомов и наличии у них структуры.

В части 3 настоящего учебного пособия мы рассматривали тепловое излучение – электромагнитное излучение нагретых тел. Это излучение, как правило, имеет непрерывный спектр. Однако в 1802 году Уильям Волластон обнаружил в спектре Солнца многочисленные узкие темные линии. Эти линии получили название фраунгоферовых линий в честь немецкого физика Йозефа Фраунгофера, который в 1814 году описал более 500 таких линий и объяснил их появление поглощением света Солнца атомами вещества солнечной короны. Подобные спектры носят название абсорбционных. В 1859 году Густав Кирхгоф и Роберт Бунзен смогли получить эмиссионные спектры (спектры излучения) различных химических элементов и показали:

– во-первых, атомные спектры являются линейчатыми – ширина спектральной линии мала;

 во-вторых, атомы испускают только те длины волн, которые могут поглощать;

– в-третьих, спектры атомов являются характеристическими, то есть по ним однозначно устанавливается химический элемент.

Работы Кирхгофа и Бунзена легли в основу оптической спектроскопии. Уже в 1860 году ими был открыт новый химический элемент – цезий, а в 1861 году – рубидий.

В то же время расположение спектральных линий никак не удавалось объяснить классической физике. Более того, даже положение линий казалось бессистемным, пока в 1885 г. Иогану Бальмеру не удалось подобрать для спектра атома водорода (см. рис. 2.1) формулу:

$$\lambda = \lambda_0 \frac{n^2}{n^2 - 4},\tag{2.1}$$

где $\lambda_0 = 364, 6$ нм, а n = 3, 4, ...



Рис. 2.1

Позднее Йоханесс Ридберг показал, что формула Бальмера может быть записана в более общем виде (обобщенная формула Бальмера или формула Бальмера – Ридберга), который часто приводят в одном из трех эквивалентных вариантов:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right), \quad c \partial e \quad R = 1, 1 \cdot 10^{-7} \, \text{m}^{-1} \,, \tag{2.2}$$

либо

$$v = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right), \quad c \partial e \ R = 3,29 \cdot 10^{15} \, \Gamma u \,,$$
 (2.3)

либо

$$\omega = R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right), \ c\partial e \ R = 2,07 \cdot 10^{16} \ pa\partial \ / \ c.$$
(2.4)

Постоянную R называют постоянной Ридберга. Как правило, в научной и учебной литературе авторы используют один из этих вариантов и соответствующее значение постоянной Ридберга без каких-либо уточнений. В связи с этим при работе с литературой требуется быть внимательным и по контексту или размерности определять, какой из вариантов используется. Далее мы будем использовать постоянную Ридберга, определяемую в формуле (2.3).

В соответствии с обобщенной формулой Бальмера спектральные линии водорода объединяются в серии. Серия Бальмера, описываемая формулой (2.1), получается при $n_1 = 2$. Она находится в видимой области спектра. Позднее были обнаружены и другие серии. Например, в ультрафиолетовой области находится серия Лаймана ($n_1 = 1$), а в ближней инфракрасной области – серия Пашена ($n_1 = 3$).

Исследуя спектры щелочных металлов, Ридберг обнаружил, что их спектральные линии могут быть описаны похожей формулой (формула Ридберга):

$$\nu = R \left(\frac{1}{\left(n_1 - \Delta_1\right)^2} - \frac{1}{\left(n_2 - \Delta_2\right)^2} \right),$$
(2.5)

где Δ – поправка, которую Ридберг определил экспериментально для различных спектральных серий щелочных металлов. Обобщенную формулу Бальмера (2.3) можно рассматривать как частный случай формулы Ридберга (2.5) при $\Delta = 0$.

Эти работы позволили Вальтеру Ритцу сформулировать в 1908 году комбинационный принцип:

частоты спектральных линий излучения любого атома могут быть представлены в виде разности двух термов; составляя различные комбинации различных термов, можно найти все возможные частоты спектральных линий этого атома.

$$\mathbf{v} = T\left(n_1\right) - T\left(n_2\right). \tag{2.6}$$

Спектральный терм водорода, таким образом, будет $T(n) = \frac{R}{n^2}$, а для ще-

лочных металлов –
$$T(n) = \frac{R}{(n-\Delta)^2}$$
.

Ридберг и Ритц не смогли предложить физического объяснения полученным результатам, однако обнаруженные ими закономерности оптических спектров сыграли важнейшую роль в создании теории строения атома.

2.2. Опыт Резерфорда

В 1897 году Джозеф Томсон, исследуя электрический ток в газах, открыл электрон и определил его заряд и массу. Также он установил, что источником электронов в газовом разряде являлись нейтральные атомы, которые испускали электроны при внешнем воздействии и превращались в положительно заряженные ионы. Таким образом, стало очевидным, что атом не является неделимым. Было выдвинуто много гипотез о строении атома, из которых Дж. Томсон в 1904 г. выделил три наиболее правдоподобных:

1) каждый отрицательно заряженный электрон спарен с гипотетической положительно заряженной частицей, и эта пара блуждает внутри атома;

2) отрицательно заряженные электроны обращаются вокруг сосредоточенной в центре атома области положительного заряда, равного по абсолютной величине суммарному заряду всех электронов атома;

3) электроны погружены в сферическое облако положительного заряда с равной везде плотностью заряда внутри этой сферы, где находятся в положении равновесия и могут испытывать колебания, при которых излучают.

Все три гипотезы имели существенные теоретические проблемы: в первой – неясность сил, удерживающих пары вместе внутри атома; во второй – неясность, почему движущийся ускоренно электрон не излучает электромагнитных волн, в третьей – неясность природы положительного заряда, существенно отличающегося от природы отрицательного. Сам Дж. Томсон придерживался третьей гипотезы.

Необходимо отметить, что эти гипотезы существенно различаются распределением положительных и отрицательных зарядов внутри атома. Для того чтобы выяснить характер распределения зарядов в атоме, необходимо было провести экспериментальное зондирование атома. Эту задачу удалось решить Эрнесту Резерфорду и его сотрудникам. Идея Резерфорда заключалась в исследовании рассеяния тонкими слоями вещества потока α-частиц, испускаемых радиоактивным источником.

Опыт был поставлен Гейгером и Марсденом в 1909 году. Узкий пучок α частиц, испускаемых радиоактивным веществом *P*, падал на тонкую металлическую фольгу Φ (рис. 2.2). При прохождении через фольгу α -частицы взаимодей-



ствовали с положительным зарядом атома и отклонялись от первоначального направления движения на различные углы. Рассеянные α частицы ударялись об экран Э, покрытый сернистым цинком, и вызываемые ими сцинтилляции наблюдались в микроскоп M, который можно было устанавливать под любым углом θ (до 150°).

В результате проведения экспериментов было установлено, что подавляющее число α-

частиц рассеивается на очень малые углы $\sim 3^{\circ}$. В то же время наблюдались α частицы, рассеянные на большие углы, вплоть до максимальных 150°. Таких частиц было очень мало, но все же достаточно, чтобы их появление не могло быть объяснено случайным накоплением угла отклонения при нескольких последовательных взаимодействиях. Резерфорд сделал вывод, что такие отклонения являются результатом единичного акта взаимодействия α -частицы с практически точечным рассеивающим центром – ядром атома.

Резерфорд разработал количественную теорию рассеяния α -частиц. Он исходил из того, что взаимодействие α -частицы с ядром атома является кулоновским, а взаимодействием с атомными электронами можно пренебречь изза того, что масса электрона на несколько порядков меньше массы α -частицы. Когда α частица пролетает вблизи ядра, то ее траекто-



рия представляет собой гиперболу, а угол отклонения θ – угол между асимптотами гиперболы (см. рис. 2.3). Для угла отклонения была получена формула

$$tg\frac{\theta}{2} = \frac{q_{\alpha}q_{\pi}}{2bE} = \frac{eq_{\pi}}{bE},$$
(2.7)

где $q_{\alpha} = 2e$ и q_{π} – заряды α -частицы и ядра, b – прицельный параметр (рис. 2.3), E – энергия α -частицы. Из формулы видно, что чем меньше величина прицельного параметра, тем на больший угол отклонится α -частица.

Формула (2.7) не пригодна для экспериментальной проверки, так как прицельный параметр невозможно измерить непосредственно. Получим формулу, выражающую долю α -частиц, рассеянных под углом θ (точнее в малом диапазоне углов от θ до θ + $d\theta$) при прохождении тонкого слоя вещества (фольга), так что α -частица может испытать только одно соударение. Для этого выразим из формулы (2.7) прицельный параметр

$$b = \frac{eq_s}{E} \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} \tag{2.8}$$

и продифференцируем его:

$$db = -\frac{eq_{\pi}}{2E\sin^2(\theta/2)}.$$
(2.9)

Знак минус в формуле (2.9) показывает, что при росте прицельного параметра угол отклонения уменьшается. Для вывода доли рассеянных частиц это не важно, поэтому далее мы не будем его учитывать.

Рассмотрим сечение пучка α -частиц площадью *S*. Рассеиваться в рассматриваемом малом диапазоне углов будут только те α -частицы, которые проходят через кольца радиусом *b* и толщиной *db*, окружающие атомы вещества фольги (рис. 2.4). Доля этих α -частиц (*dN/N*) будет равна отношению общей площади всех колец *dS* к площади сечения пучка *S*:

$$\frac{dN}{N} = \frac{dS}{S} = \frac{N_{am} \cdot 2\pi b db}{S} = n \cdot 2\pi b db, \qquad (2.10)$$

где N_{am} – количество атомов, попадающих в сечение пучка, *n* – поверхностная плотность атомов в фольге.

Подставив в (2.10) выражения (2.8) и (2.9), получим

$$\frac{dN}{N} = n \cdot 2\pi \frac{eq_{\pi}}{E} \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} \cdot \frac{eq_{\pi}}{2E \sin^2(\theta/2)} = n \left(\frac{eq_{\pi}}{2E}\right)^2 \frac{2\pi \sin \theta d\theta}{\sin^4(\theta/2)}.$$
 (2.11)

Учитывая, что телесный угол, в который рассеиваются α-частицы, равен

 $d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta$

получаем формулу Резерфорда:

$$\frac{dN}{N} = n \left(\frac{eq_{\pi}}{2E}\right)^2 \frac{d\Omega}{\sin^4(\theta/2)}.$$
(2.12)

В соответствии с формулой Резерфорда доля ачастиц, рассеянных в фиксированный телесный угол, то есть поле зрения микроскопа (рис. 2.2), обратно пропорциональна четверной степени синуса половины угла рассеяния. Это соответствовало экспериментальным данным, полученным Гейгером и Марсденом.

На основании экспериментальных данных и теоретических расчетов Резерфорд в 1911 году выдвинул основные положения ядерной (планетарной) модели атома:

– положительный заряд атома, выраженный в элементарных зарядах. равен порядковому номеру элемента в таблице Менделеева Z – это определяется по экспериментальным данным из формулы (2.12);

- так как атом электрически нейтрален, то в нем содержится Z электронов;

– область положительного заряд атома имеет размеры не более 10⁻¹⁴ м (проникновение α-частиц в область положительного заряда изменяло бы характер рассеяния);

- так как размеры электрона по оценке классической физики того же порядка, то электроны не могут находиться в области положительного заряда;

- так как атом имеет размеры порядка 10⁻¹⁰ м, то его размеры определяются облаком электронов, окружающих положительно заряженное ядро;

- практически вся масса атома сосредоточена в ядре;

– электроны в атоме не могут покоиться, иначе под действием кулоновских сил они бы упали на ядро.

Экспериментально подтвержденная ядерная модель атома вступила в противоречие с классической физикой. Электрон в атоме должен двигаться по искривленным орбитам, то есть постоянно испускать электромагнитные волны и, следовательно, терять энергию. Такой атом будет неустойчив – электрон, теряя энергию, будет двигаться по спиральной орбите и в конечном счете упадет на ядро. Время жизни такого атома составляет порядка 10-11 с. Кроме того, частота электромагнитных волн, испускаемых атомом по классической теории, совпадает с частотой его обращения вокруг ядра, которая постоянно изменяется при





2.3. Теория Бора

В 1913 году Нильс Бор предложил модель атома, принципиально отличающуюся от модели, даваемой классической механикой, хотя и имеющую общие исходные посылки. Первоначально Бор представлял атом как систему, состоящую из ядра и электронов, вращающихся вокруг ядра по круговым или эллиптическим орбитам. Чтобы устранить противоречия, возникающие при классическом подходе, Бору пришлось постулировать три принципа (постулата), резко противоречащих существующим канонам физики.

1. Постулат стационарных состояний: электрон в атоме может находиться не в любых состояниях, допускаемых классической механикой, а лишь в определенных состояниях, энергии которых образуют дискретный ряд: W_1 , $W_2,...$ В таких состояниях электрон, вопреки законам классической электродинамики, не излучает электромагнитные волны, а следовательно, не теряет энергию и может находиться в этом состоянии продолжительное время. В связи с этим такие состояния называются стационарными.

2. **Правило частот:** атом излучает или поглощает энергию только при переходе электрона из одного разрешенного состояния в другое. Величина светового кванта равна разности энергий тех стационарных состояний, между которыми совершается переход электрона:

$$h\mathbf{v} = E_n - E_m. \tag{2.13}$$

Правило частот Бора объясняет комбинационный принцип Ритца:

$$v = \frac{E_n}{h} - \frac{E_m}{h} = T(m) - T(n), \qquad (2.14)$$

то есть спектральный терм есть отношение модуля энергии стационарного состояния к постоянной Планка.

3. Правило квантования орбит: момент количества движения электрона, движущегося по стационарной орбите, всегда кратен постоянной Планка $\hbar = h/2\pi$:

$$L = n\hbar. \tag{2.15}$$

Последнее правило можно связать с дебройлевской волной электрона $\lambda_{5} = h/p$. Найдем отношение длины круговой орбиты к длине волны де Бройля:

$$\frac{2\pi r}{\lambda_{\scriptscriptstyle F}} = \frac{2\pi r p}{h} = \frac{L}{\hbar} = n.$$
(2.16)

Получаем, что на длине орбиты укладывается целое число волн де Бройля. Таким образом, можно рассматривать электрон на стационарной орбите как стоячую волну де Бройля. На основании этих постулатов Бор смог построить модель атома водорода, которая хорошо соответствовала экспериментальным данным. В простейшей форме движение электрона в атоме водорода происходит по круговой орбите радиусом *r* вокруг протона. Эта орбита определяется уравнением движения

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$
(2.17)

и квантовым условием Бора

$$mvr = n\hbar. (2.18)$$

Из (2.17) и (2.18) следует

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{me^2} n^2 = a_0 n^2, \qquad (2.19)$$

где $a_0 = 4\pi \varepsilon_0 \hbar^2 / me^2 = 5,3 \cdot 10^{-11}$ м – Боровский радиус.

Кинетическая энергия электрона, вращающегося вокруг ядра, с учетом (2.17) равна

$$E_{\kappa} = \frac{mv^2}{2} = \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r},$$
 (2.20)

а потенциальная энергия

$$E_n = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}.$$
 (2.21)

Полная энергия на круговой орбите

$$E = E_{\kappa} + E_{n} = \frac{e^{2}}{8\pi\varepsilon_{0}r} - \frac{e^{2}}{4\pi\varepsilon_{0}r} = -\frac{e^{2}}{8\pi\varepsilon_{0}r} = -\frac{1}{n^{2}} \cdot \frac{me^{4}}{8h^{2}\varepsilon_{0}^{2}} = -\frac{Rh}{n^{2}}, \quad (2.22)$$

таким образом, теоретическое значение постоянной Ридберга равно

$$R = \frac{me^4}{8h^3\varepsilon_0^2}.$$
 (2.23)

Энергетический спектр атома водорода представлен на рис. 2.5. Энергия



электрона в атоме отрицательна и Обычно дискретна. электрон находится состоянии В С наименьшей энергией (n=1), которое называется основным. Такой электрон движется по орбите наименьшего радиуса а₀. Если атому сообщить дополнительную энергию, то он может перейти в другое стационарное состояние (переход 1), называемое возбужденным. Возбуждение атома может происходить не только при поглощении фотона, но и при столкновении атомов друг с другом при тепловом движении или с другими частицами, поток которых пропускается через газ. В возбужденном состоянии атом не может находиться долгое время, и электрон совершает серию переходов на ниже лежащие энергетические уровни, сопровождаемые оптическим излучением, пока снова не окажется в основном состоянии.

Если энергия, полученная атомом, достаточно велика, то электрон переходит в область положительных энергий (переход 2) и становится свободным – атом ионизируется. Энергетический спектр свободных электронов является сплошным.

Формула (2.22) для энергетических уровней будет справедлива не только для водорода, но и для водородоподобных ионов, когда в поле положительного заряда ядра *Ze* остается всего один электрон, с добавлением в качестве множителя квадрата заряда ядра:

$$E_n = -\frac{Z^2 R h}{n^2} \tag{2.24}$$

Как следует из (2.24), для удаления электрона от протона, т. е. ионизации атома водорода, необходима энергия 13,6 эВ. Для удаления же последнего электрона от ядра урана (Z=92) необходима энергия 114 кэВ.

Прямым подтверждением квантовых постулатов Бора стали опыты Джеймса Франка и Густава Герца, выполненные в 1913 году, которые показали существование у изолированных атомов дискретных уровней энергии. Дискретность атомных уровней проявляется во многих явлениях и в первую очередь в опытах по возбуждению и ионизации атомов в результате столкновения с электронами. Столкновения электронов с атомами бывают как упругие (кинетическая энергия электрона не изменяется), так и неупругие (часть кинетической энергии пойдет на изменение внутренне-

го состояния атома).

Для доказательства существования неупругих столкновений Франком и Герцем был проведен целый ряд опытов. Общая схема установки, с помощью которой проводились эти опыты, приведена на рис. 2.6. Установка представляла собой газонаполненную электронную лампу, содержащую нить накала, эмитирующую электроны – катод (К) и воспринимающую пластинку – анод (А),



между которыми располагалась сетка С. Между катодом К и сеткой С прикладывалась ускоряющая разность потенциалов, а между сеткой С и анодом А – тормозящая. Электроны, испущенные катодом, ускорялись в области К-С, испытывая при этом многочисленные соударения с атомами газа, наполняющего электронную лампу. Электроны, почти полностью потерявшие свою энергию в результате неупругих столкновений, не могли преодолеть область тормозящего поля. Электроны же, имеющие достаточно большую энергию, достигали анода, создавая анодный ток, который регистрировался гальванометром Г.

Опыт проводился в парах ртути при давлении ~1 мм и состоял в измерении вольт-амперной характеристики – зависимости анодного тока *I* от ускоряю-



щего потенциала U. При увеличении ускоряющего потенциала от нуля ток первоначально возрастал (рис. 2.7), причем кривая тока имела обычный вид вольт-амперных характеристик термоэлектронных приборов. Но при потенциале около 4,1 В ток резко падал, а затем вновь начинал возрастать до потенциала 9,0 В, при котором вновь обнаруживалось резкое падение тока и новое его возрастание до потенциала 13,9 В. Таким образом, вся кривая представляла собою ряд острых максимумов, отстоящих

друг от друга на расстояние 4,9 В. Тот факт, что первый максимум обнаруживался не при 4,9, а при 4,1 В, объясняется тем, что к наложенному ускоряющему потенциалу прибавляется контактная разность потенциалов, смещающая всю кривую, не изменяя расстояния между максимумами.

Истолкование подобного вида кривой состоит в следующем. До тех пор, пока энергия электрона не достигнет 4,9 В, он испытывает с атомами ртути упругие соударения, и ток возрастает с увеличением ускоряющего потенциала по обычному закону. При потенциале 4,9 В удар становится неупругим, электрон отдает атому ртути всю свою энергию. Эти электроны не попадут на анод А, так как будут выловлены сеткой С, и анодный ток резко упадет. При дальнейшем увеличении ускоряющего потенциала, когда остаточная энергия электронов, испытавших неупругий удар, станет достаточной для преодоления тормозящего поля, электроны вновь достигнут анода А и ток начнёт снова возрастать. Когда энергия электронов после первого неупругого соударения и последующего ускорения электрическим полем снова окажется равной 4,9 В, электроны испытают вновь неупругое столкновение с атомами и на характеристике появится второй максимум.

В результате опытов Франка и Герца было доказано, что атом или вообще не воспринимает энергию (упругий удар), или воспринимает ее в количествах, равных разности энергий в двух стационарных состояниях.

Теория Бора сыграла важную роль в развитии атомной физики. Она показала неприменимость законов классической физики для внутриатомных явлений и главенствующую роль квантовых законов. Однако на основе этой теории не удалось создать модель многоэлектронных атомов, даже атома гелия. Кроме того, удалось объяснить только частоты спектральных линий водорода, но не их интенсивность. Таким образом, теория Бора явилась переходным этапом к квантово-механической теории атома.

2.4. Водородоподобные системы в квантовой механике

Рассмотрим с точки зрения квантовой механики водородоподобную систему, в которой единственный электрон движется в поле ядра с зарядом Ze. Потенциальная энергия взаимодействия электрона с ядром равна

$$U(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r},\tag{2.25}$$

где *r* – расстояние между электроном и ядром.

Состояние электрона в квантовой механике определяется уравнением Шрёдингера, которое в этом случае будет иметь вид

$$\nabla^2 \psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r} \right) \psi = 0, \qquad (2.26)$$

где *Е* – полная энергия электрона, *m* – масса электрона.

Поле ядра является центрально-симметричным, то есть зависит только от расстояния до ядра. Поэтому решение целесообразно проводить в сферической системе координат, в которой уравнение Шрёдингера может быть записано как

$$\frac{\hbar^{2}}{2m} \left[\frac{1}{r^{2}} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^{2} \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^{2} \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^{2} \sin^{2} \theta} \frac{\partial^{2} \Psi}{\partial \phi^{2}} \right] + \left(W + \frac{Ze^{2}}{4\pi\varepsilon_{0}r} \right) \Psi = 0.$$
(2.27)

Решение этого уравнения выходит за рамки курса общей физики, поэтому ограничимся только основными принципами. Решение проводится методом разделения переменных, причем волновую функцию можно представить в виде произведения радиальной и угловой частей:

$$\psi(r,\theta,\phi) = R(r)Y(\theta,\phi). \tag{2.28}$$

Собственные функции этого уравнения, описывающие стационарные состояния, будут содержать три целочисленных параметра – квантовых числа *n*, *l*, *m*:

$$\Psi_{nlm} = R_{nl}Y_{lm}.$$
 (2.29)

Например,
$$R_{10} = e^{-r/a_0}$$
, $R_{21} = \frac{r}{a_0} e^{-r/(2a_0)}$, $Y_{00} = 1$ и $Y_{11} = \cos(\theta) e^{-i\varphi}$

Рассмотрим физический смысл квантовых чисел.

Главное квантовое число *n* в отсутствие внешних полей полностью определяет энергию электрона в атоме:

$$E_n = -\frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \frac{Z^2}{n^2} = -\frac{Z^2 R h}{n^2}, \text{ где } n = 1, 2, 3, \dots$$
 (2.30)

Это выражение полностью совпадает с выражением (2.24), полученным в теории Бора. Однако Бору для получения такого результата пришлось вводить дополнительные предположения. В квантовой же механике эти значения энергии получены как следствие ее основных положений.

Различие заключается в интерпретации стационарных состояний электрона: в теории Бора – это движение по круговым орбитам, а в квантовой механике – распределение вероятности обнаружения электрона. Например, в теории Бора в основном состоянии атома водорода (*n*=1) электрон движется по орбите радиусом *a*₀ (Боровский радиус). В квантово-механической модели электрон в основном состоянии имеет волновую функцию $\psi_{100} = Ae^{-r/a_0}$. Вероятность обнаружить электрон в объеме *dV* равна

$$dw = \left| \Psi_{100} \right|^2 dV = A^2 e^{-2r/a_0} 4\pi r^2 dr.$$
 (2.31)



Зависимость плотности вероятности $\rho_w = dw/dr$ обнаружения электрона от расстояния до ядра приведена на рис. 2.8. Боровскому радиусу соответствует максимум вероятности обнаружения электрона, однако существует вероятность обнаружения электрона и на других расстояниях до ядра.

Орбитальное (азимутальное) квантовое число *l* определяет величину орбитального момента импульса электрона:

Рис. 2.8

 $L = \hbar \sqrt{l(l+1)}$, где l = 0, 1, 2, 3, ..., n-1(2.32)

Отметим, что величина момента импульса в квантово-механической модели атома не совпадает с Боровским условием квантования (2.15). Для каждого энергетического уровня, задаваемого главным квантовым числом *n*, существует *п* различных значений орбитального момента. Для этих состояний различается как радиальное, так и азимутальное распределение плотности вероятности обнаружения электрона. Область пространства, в которой вероятность обнаружения электрона составляет 90 %, носит название орбитали (в отличие от орбиты в Боровской модели). Таким образом, орбитальное квантовое число определяет также форму орбитали.

Различные состояния электрона, определяемые орбитальным квантовым числом l, и соответствующие им орбитали принято обозначать строчными буквами латинского алфавита: s (l=0), p (l=1), d (l=2), f (l=3) и далее по алфавиту. Первые символы взяты из обозначения спектральных серий щелочных металлов (sharp, principal, diffuse и fundamental). В s-состоянии орбиталь электрона имеет сферически симметричную форму и момент импульса, равный нулю. В других состояниях орбитали имеют более сложную форму, определяемую угловой частью волновой функции, однако при усреднении по углу максимум плотности вероятности обнаружения электрона соответствует Боровской орбите.

В теории Бора орбитальное движение электрона можно рассматривать как круговой ток, что приводит к появлению магнитного момента, пропорционального моменту импульса:

$$\vec{p}_m = \gamma \vec{L},\tag{2.33}$$

где $\gamma = -e/(2m_e)$ – орбитальное гиромагнитное отношение, m_e – масса электрона. Так и в квантовой механике с орбитальным моментом импульса электрона связан орбитальный магнитный момент, величина которого квантована:

$$p_m = \mu_E \sqrt{l(l+1)}, \qquad (2.34)$$

где $\mu_{E} = \frac{e\hbar}{2m_{e}}$ – магнетон Бора, который играет роль кванта магнитного момента.

В классической физике ориентация векторов момента импульса и магнитного момента может быть произвольной. На этом, например, основывается теория парамагнетизма Ланжевена. В квантовой механике строго доказано существование пространственного квантования момента импульса: вектор момента импульса электрона может иметь только такие ориентации в пространстве, при которых его проекция на направление внешнего поля принимает дискретные значения (две другие проекции могут принимать произвольные значения).

Магнитное квантовое число *m* определяет значения проекции момента импульса:

$$L_z = m\hbar$$
, где $m = 0, \pm 1, \pm 2, ..., \pm l.$ (2.35)

Таким образом, проекция орбитального момента импульса электрона, находящегося в *p*-состоянии, может принимать только три значения: $-\hbar$, 0, \hbar (см. рис. 2.9). В общем случае всего получается 2l + 1 значение. Аналогичным образом являются квантованными и проекции магнитного момента:

$$p_{mz} = m\mu_{\mathcal{F}}.\tag{2.36}$$

Отто Штерном и Вальтером Герлахом в 1922 г. были поставлены опыты по измерению магнитных моментов атомов различных химических элементов. Опыты основывались на измерении силы, действующей на магнитный диполь в неоднородном магнитном поле, магнитная индукция *В* которого изменяется только вдоль оси *Z*:

$$F_z = p_{mz} \frac{dB}{dz}.$$
 (2.37)

Опыты Штерна – Герлаха подтвердили наличие пространственного квантования, а также показали, что значения проекции магнитного момента кратны магнетону Бора.

В то же время в этих опытах был обнаружен магнитный момент электрона, находящегося в *s*-состоянии. Проекция этого магнитного момента на направление поля принимала только два значения $\pm \mu_{s}$. Однако в *s*-состоянии орбитальный момент импульса и соответственно магнитный момент равны нулю. Для объяснения этих результатов, а также ряда других трудно-

Рис. 2.9

стей, накопившихся в атомной физике к этому времени, С. Гаудсмит и Дж. Уленбек в 1925 г. выдвинули гипотезу, что электрон обладает собственным моментом импульса L_s , получившим название **спин**, и соответствующим ему магнитным моментом p_{ms} .

Первоначально Гаудсмит и Уленбек предполагали, что спин электрона связан с его вращением вокруг своей оси, как заряженного шарика. Однако такое предположение приводит к тому, что для получения наблюдаемых величин магнитного момента скорость поверхности электрона как твердого тела должна во много раз превышать скорость света. В настоящее время спин рассматривается как особая характеристика любой элементарной частицы так же, как масса или электрический заряд.

Из общих положений квантовой механики следует, что спин электрона должен квантоваться по закону

$$L_s = \hbar \sqrt{s(s+1)}, \qquad (2.38)$$

где *s* – спиновое квантовое число. Возможные значения спинового квантового числа можно найти из условия, что проекция магнитного момента принимает только два значения, то есть 2s + 1 = 2. Получаем, что спиновое квантовое число может принимать только одно значение $s = \frac{1}{2}$. Таким образом, спиновое кванто-



вое число в отличие от введенных ранее главного, орбитального и магнитного квантовых чисел не является целым. Спин электрона может принимать только одно значение:

$$L_{s} = \hbar \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + 1\right)} = \hbar \frac{\sqrt{3}}{2}.$$
 (2.39)

Проекция спина на направление внешнего магнитного поля может принимать только два значения, то есть магнитное спиновое квантовое число m_s может принимать только два значения: $\pm \frac{1}{2}$. Соответственно проекция спина квантуется по закону

$$L_{sz} = m_s \hbar = \pm \frac{\hbar}{2}.$$
(2.40)

В соответствии с опытами Штерна – Герлаха проекция собственного магнитного момента электрона

$$p_{msz} = \pm \mu_{\mathcal{B}}.\tag{2.41}$$

Из формул (2.40) и (2.41) следует, что спиновое гиромагнитное отношение для электрона

$$\gamma_s = \frac{p_{msz}}{L_{msz}} = -2\frac{\mu_F}{\hbar} = -2\frac{e\hbar}{2m\hbar} = -\frac{e}{m} = 2\gamma, \qquad (2.42)$$

то есть в два раза больше орбитального гиромагнитного отношения.

Таким образом, состояние электрона в атоме определяется набором из четырех квантовых чисел: главного n, орбитального l, магнитного m и магнитного спинового m_s , которое часто называют просто спиновым. При этом каждому значению главного квантового числа n соответствует

$$2\sum_{l=1}^{n-1} (2l-1) = 2n^2$$
(2.43)

других квантовых чисел. При этом электрон в этих состояниях имеет одинаковую энергию. Такие состояния называются вырожденными, а количество состояний с одинаковой энергией – кратностью вырождения.

2.5. Многоэлектронные атомы

Перейдем теперь от водородоподобной системы, содержащей один электрон, к многоэлектронному атому. Пусть атом находится в невозбужденном состоянии. С точки зрения классической физики все электроны должны занять состояние с наименьшей энергией. Однако опыт показывает, что это не так – с ростом порядкового номера химического элемента электроны заполняют состояния в определенном порядке.

В 1940 году Вольфганг Паули сформулировал принцип, который теперь носит его имя – **принцип Паули**: в любом из квантовых состояний атома, характеризующихся полным набором четырех квантовых чисел, не может быть более одного электрона. Поэтому с ростом порядкового номера очередной электрон занимает еще незаполненное состояние с наименьшей энергией.

Как показано в (2.43) главному квантовому числу *n* соответствует $2n^2$ состояний. Электроны, находящиеся в этих состояниях, образуют оболочку. Оболочки обычно обозначаются прописными латинскими буквами: *K* (*n*=1), *L* (*n*=2),

оболоч- ка	Чи	спо элект	Число электронов					
			в оболочке					
	S	р	d	f	g			
K	2	_		_	_	2		
L	2	6		_	_	8		
М	2	6	10	_	_	18		
N	2	6	10	14	_	32		
0	2	6	10	14	18	50		

Таблица 2.1

M (n=3) и так далее. Оболочки разделяются на подоболочки, соответствующие различным значениям орбитального квантового числа l. Подоболочки обозначаются значением главного квантового числа и символическим обозначением орбитального: 1s, 2s, 2p, 3s, 3d, 3p и так далее. В табл. 2.1 приведено распределение электронов по подоболочкам.

Принцип Паули лежит в основе теоретического обоснования периодической системы элементов Д.И. Менделеева. При разработке периодического закона Менделеев, рассматривая элементы в порядке возрастания атомных масс, обнаружил повторяемость их физико-химических свойств через определенные промежутки – периоды. Располагая элементы в таблице так, чтобы элементы со сходными свойствами составляли вертикальный ряд (группу), он вынужден был в ряде случаев отступить от принципа возрастания масс и ввести порядковый номер элемента Z. В соответствии с опытами Резерфорда порядковый номер элемента соответствует заряду ядра, выраженному в элементарных зарядах, и, следовательно, числу электронов в атоме. Периодичность свойств определяется конфигурацией электронных оболочек, заполняемых в соответствии с принципом Паули. Заполнение оболочек первых элементов приведено в табл. 2.2.

Из табл. 2.2 можно сделать несколько выводов.

Во-первых, периоду таблицы Менделеева соответствует полностью за-полненная оболочка.

Во-вторых, сходство физико-химических свойств обусловлено сходством электронной конфигурации на внешней оболочке.

В-третьих, до аргона подоболочки заполняются в порядке возрастания орбитального квантового числа, пока оболочка не будет полностью заполнена. Однако на калии происходит «сбой» – *N*-оболочка начинает заполняться при незаполненной до конца *M*-оболочке.

Выясним, с чем связан такой порядок заполнения оболочек. В многоэлектронном атоме электроны будут взаимодействовать не только с ядром, но и друг с другом. Решение такой задачи очень сложное, поэтому мы ограничимся рассмотрением самого простого случая – щелочными металлами, которые имеют только один электрон на внешней оболочке. Электроны на внутренней оболочке расположены ближе к ядру и экранируют его. Такая система может рассматриваться как единое целое, поэтому атомы щелочных металлов похожи на атом водорода. В то же время поле такой системы уже не будет кулоновским, хотя остается центрально-симметричным. Поэтому потенциальная энергия электрона в нем может быть представлена в виде ряда

T-6	2	ר
гаолица	2	Z

<i>Z</i> Элемент		K	L		М			Ν	
	1 <i>s</i>	2 <i>s</i>	2p	3 <i>s</i>	3p	3 <i>d</i>	4 <i>s</i>	4 <i>p</i>	
1	Η	1	_	_	_	_	_	_	_
2	He	2	_	_	_	_	_	_	—
3	Li	2	1	_	_	_	_	_	_
4	Be	2	2	_	_	_	_	_	_
5	В	2	2	1	_	_	_	_	_
6	С	2	2	2	_	_	_	_	_
7	Ν	2	2	3	_	_	_	_	_
8	Ο	2	2	4	_	_	_	_	_
9	F	2	2	5	_	_	_	_	_
10	Ne	2	2	6	-	_	-	-	_
11	Na	2	2	6	1	_	_	_	_
12	Mg	2	2	6	2	_	_	_	_
13	Al	2	2	6	2	1	_	_	_
14	Si	2	2	6	2	2	_	_	_
15	Р	2	2	6	2	3	_	_	_
16	S	2	2	6	2	4	_	_	_
17	Cl	2	2	6	2	5	_	_	_
18	Ar	2	2	6	2	6	_	_	—
19	Κ	2	2	6	2	6	_	1	_
20	Ca	2	2	6	2	6	—	2	_
21	Sc	2	2	6	2	6	1	2	—
22	Ti	2	2	6	2	6	2	2	—

$$U(r) = -\left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + C_1 \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} + C_2 \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^3} + \dots\right),$$
(2.44)

где первое слагаемое описывает кулоновское поле заряда +e, а остальные – поправки, определяемые распределением заряда электронов на внутренних оболочках.

Если ограничиться одной поправкой, то решение уравнения Шредингера

$$\nabla^2 \psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} + C_1 \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \right) \psi = 0$$
 (2.45)

приводит к тому, что разрешенные значения энергии электрона будут зависеть не только от главного квантового числа n, но и от орбитального квантового числа l:

$$E_{nl} = -\frac{Rh}{\left(n - \Delta_l\right)^2},\tag{2.46}$$

где $\Delta_l = C_1 \frac{2\pi m e^2}{h^2 (l + \frac{1}{2})}$ – квантовый дефект, зависящий в данном приближении

только от орбитального квантового числа. Если энергии (2.46) подставить в правило частот Бора (2.13), то мы получим формулу Ридберга (2.5). При этом теоре-



тические значения квантовых дефектов хорошо совпадают с экспериментальными Ридберговскими поправками.

Из-за квантового дефекта энергетические уровни щелочных металлов лежат ниже, чем у водорода. Однако с увеличением l квантовый дефект уменьшается, то есть энергия таких состояний близка к энергетическим уровням атома водорода. Для калия получается, что энергия электрона в состоянии 4*s* меньше, чем в состоянии 3*d*. Поэтому состояние 4*s* будет заполняться раньше, хотя и относится к следующей оболочке.

Энергетические схемы атомов водорода (а) и лития (б) приведены на рис. 2.10. В атоме водорода уровни энергии вырождены, а в атоме лития вырождение по орбитальному числу снимается. Поэтому водородная серия Бальмера $(n \Rightarrow 2)$ в щелочных металлах расщепляется на три серии: главную $(np \Rightarrow 2s)$, резкую $(ns \Rightarrow 2p)$ и диффузную $(nd \Rightarrow 2p)$. При этом некоторые переходы, например $(ns \Rightarrow 2s)$ или $(nd \Rightarrow 2s)$, не наблюдаются. Возможными оказываются только те переходы, в которых орбитальное квантовое число изменяется на единицу:

$$\Delta l = \pm 1. \tag{2.47}$$

Эта закономерность получила название «**правило отбора**». С точки зрения квантовой теории правило отбора связано с вероятностью перехода из одного квантового состояния в другое. Оказывается, что вероятность переходов, запрещенных правилом отбора, практически равна нулю. Чем больше вероятность перехода, тем больше фотонов соответствующей частоты будет испускаться в единицу времени. Таким образом, правила отбора определяют интенсивности спектральных линий.



Необходимо также учитывать, что в соответствии с одним из важнейших законов квантовой механики – принципом неопределенности ($\Delta E \cdot \tau \ge h$) – строго определенное значение уровня энергии может быть только для состояния, в котором электрон находится бесконечно долго. В возбужденном состоянии атом не может находиться бесконечно долго, поэтому возникает неопределенность значения энергии уровня, а спектральные переходы будут осуществляться в диапазоне частот шириной

$$\Delta v = \frac{\Delta E_{nl}}{h} \ge \frac{1}{\tau},\tag{2.48}$$

где τ – время жизни состояния. Эта величина Δv называется естественной шириной спектральной линии.

Если время жизни состояния большое, то спектральная линия будет узкая (резкая серия щелочных металлов), а если малое, то спектральная линия – широкая (диффузная серия). Помимо естественной ширины спектральной линии наблюдается ее дополнительное уширение за счет различных эффектов. Например, ударное уширение возникает из-за уменьшения времени жизни возбужденного состояния при соударениях, а доплеровское уширение связано с хаотическим тепловым движением атомов. Доплеровское уширение спектральных линий растет с температурой и одинаково для всех спектральных линий.

Таким образом, квантово-механическая теория атома объяснила как положение спектральных линий для всех химических элементов, а не только для атома водорода и водородоподобных ионов, так и их интенсивность и ширину, а также дала теоретическое обоснование периодическому закону Менделеева.

2.6. Рентгеновские спектры

Участок периодической системы Менделеева от Z = 58 до Z = 71 занят редкоземельными элементами, химические свойства которых очень близки. Для определения порядковых номеров этих элементов невозможно было ориентироваться и на их оптические спектры. Большую роль в решении этого вопроса сыграл рентгеноспектральный анализ.

В 1905 Чарльз Баркла установил, что рентгеновское излучение, исходящее из антикатода рентгеновской трубки, состоит из двух частей (см. рис. 2.11). Одна из них – это тормозное излучение, возникающее при торможении электронов. Свойства этого излучения не зависят от материала антикатода и имеет сплошной спектр. Минимальную длину волны тормозного излучения можно определить из условия, что энергия электрона, ускоренного разностью потенциалов U, полностью переходит в энергию кванта рентгеновского излучения:

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eU}.$$
(2.49)
Другая часть представляет собой **характеристическое рентгеновское** излучение, свойства которого определяются материалом антикатода. Спектр характеристического излучения линейчатый, спектральные линии, как и в оптическом излучении, образуют серии. Серии принято обозначать буквами *K*, *L*, *M*, ...,

каждая из серий состоит из нескольких линий, обозначаемых индексами α , β , γ , ... (например, K_{α}).

Исследуя характеристические рентгеновские спектры, Генри Мозли установил в 1913 году эмпирический закон, согласно которому квадратный корень из частоты спектральной линии есть линейная функция порядкового номера элемента Z:

$$\sqrt{\mathbf{v}} = C(Z - \sigma).$$
(2.50)

Константа σ сохраняет свое значение в пределах одной и той же спектральной серии, но изменяется при переходе от одной серии к другой. Константа *С* имеет свое значение для каждой спектральной линии, однако одинаковое для всех элементов. За-



Рис. 2.12

кон Мозли позволяет по измеренной длине волны спектральных линий точно установить порядковый номер элемента.

Закон Мозли можно представить в виде, похожем на обобщенную формулу Бальмера:

$$v = R(Z - \sigma_m)^2 \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right),$$
 (2.51)

где m = 1, 2, 3, ... – определяет серию, а n = m+1, m+2, ... – определяет линию в серии.

Закон Мозли указывает на то, что возникновение характеристического рентгеновского излучения связано с процессами, происходящими во внутренних оболочках атомов, которые для всех элементов имеют одинаковое строение (рис. 2.12). Под воздействием быстрого электрона или высокоэнергетического фотона из атома может быть вырван электрон, находящийся на одной из внутренних оболочек (K, L, M, ...). На его место перейдет электрон с одной из более удаленных от ядра оболочек. Этот переход будет сопровождаться испусканием кванта рентгеновского излучения с частотой, определяемой законом Мозли. Смысл постоянной σ состоит в том, что на электрон, совершающий этот переход, действует заряд ядра, ослабленный влиянием других электронов, поэтому σ называют постоянной экранирования.

2.7. Основы физики лазеров

Лазером называется устройство, обеспечивающее усиление электромагнитных волн за счет индуцированного (вынужденного или стимулированного) излучения. Рассмотрим понятие индуцированного излучения и его свойства.



В 1916 году Эйнштейн рассмотрел с позиции квантовой теории проблему равновесного состояния вещества (среды) и излучения, заполняющих объем некоторой полости. Далее для простоты будем рассматривать два энергетических уровня E_1 и E_2 атомов среды. Переход из основного состояния с

энергией *E*₁ в возбужденное состояние с энергией *E*₂ (рис. 2.13) происходит при поглощении кванта с энергией

$$hv = E_2 - E_1. \tag{2.52}$$

Пусть количество атомов в основном состоянии (населенность уровня) равно N_1 . Под действием излучения, имеющего объемную плотность $\rho(v,T)$, Число таких переходов в единицу времени пропорционально как населенности уровня, так и объемной плотности энергии излучения:

$$N_{12} = B_{12} N_1 \rho(\nu, T), \qquad (2.53)$$

где *B*₁₂ – коэффициент Эйнштейна для поглощения.



Атомы, находящиеся в возбужденном состоянии, будут переходить в основное состояние, испуская квант с той же энергией (2.52) без каких либо внешних воздействий (рис. 2.14). Такое излучение носит название **спонтанного** (самопроизвольного). Спонтанное излучение различных атомов и даже од-

ного атома в различные моменты времени не когерентно, то есть имеет случайное направление, плоскость поляризации и фазу. Число атомов, совершающих в единицу времени спонтанный переход, определяется только количеством атомов в возбужденном состоянии N_2 :

$$\dot{N}_{21} = A_{21}N_2, \tag{2.54}$$

где А₂₁ – коэффициент Эйнштейна для спонтанного излучения.

В равновесном состоянии количество атомов, переходящих в единице времени в возбужденное состояние, должно быть равно количеству атомов, возвращающихся в основное ($\dot{N}_{12} = \dot{N}_{21}$), то есть

$$B_{12}N_1\rho(\nu,T) = A_{21}N_2. \tag{2.55}$$

Однако Эйнштейн заметил, что это условие невозможно. Из (2.55) с учетом распределения Больцмана следует, что плотность излучения при стремлении температуры *T* к бесконечности

$$\rho(\mathbf{v},T) = \frac{A_{21}N_2}{B_{12}N_1} = \frac{A_{21}}{B_{12}} \exp\left(-\frac{E_2 - E_1}{kT}\right) \to \frac{A_{21}}{B_{12}}.$$
 (2.56)

В то же время известно, что плотность энергии излучения в этом случае должна стремиться к бесконечности.

Эйнштейн сделал вывод, что это противоречие может быть устранено, если считать, что в среде под действием излучения происходят вынужденные пе-

реходы из возбужденного состояния в основное, со-(рис. 2.15). провождаемое излучением Это излучение получило вынужденного название (индуцированного). Таким образом, в процесс излучения вовлечены два фотона: первичный, вызывающий испускание излучения, и вторичный, испущенный атомом. Важным моментом является



то, что вторичный фотон имеет такие же фазу, частоту, поляризацию и направление распространения, что и первичный фотон. Поэтому вынужденное излучение когерентно со стимулирующим излучением, а вторичный фотон неотличим от первичного.

Количество вынужденных переходов, совершаемых в единицу времени, будет определяться выражением

$$\dot{N}_{21}' = B_{21}N_2\rho(\nu,T),$$
 (2.57)

где *B*₂₁ – коэффициент Эйнштейна для вынужденного излучения.

Условие равновесия при этом будет иметь вид

$$\dot{N}_{12} = \dot{N}_{21} + \dot{N}_{21}^{\prime} \tag{2.58}$$

или

$$B_{12}N_1\rho(\nu,T) = A_{21}N_2 + B_{21}N_2\rho(\nu,T).$$
(2.59)

Отсюда следует, что плотность излучения

$$\rho(\nu,T) = \frac{A_{21}N_2}{B_{12}N_1 - B_{21}N_2} = \frac{A_{21}/B_{21}}{\frac{N_1}{N_2} - 1} = \frac{A_{21}/B_{21}}{\exp\left(\frac{E_2 - E_1}{kT}\right) - 1} = \frac{A_{21}/B_{21}}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1}.$$
(2.60)

Здесь мы воспользовались тем, что при стремлении $T \to \infty$ населенности уровней сравниваются, а плотность излучения стремится к бесконечности, следовательно, $B_{12} = B_{21}$.

Из сравнения формулы (2.60) с формулой Планка можно получить, что отношение коэффициентов Эйнштейна

$$\frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{8\pi h v^3}{c^3}.$$
(2.61)

Таким образом, при прохождении излучения через среду существуют два конкурирующих процесса: поглощение и индуцированное излучение (в случае достаточно большой интенсивности света спонтанным излучением можно пренебречь). Если в среде преобладают акты индуцированного излучения, то она является усиливающей, если же основным процессом является поглощение фотонов, то среда будет ослабляющей.

Ослабление интенсивности света при прохождении через поглощающую среду происходит в соответствии с законом Бугера

$$I = I_0 e^{-\alpha x}, \qquad (2.62)$$

где α – коэффициент поглощения, x – толщина поглощающего слоя, I_0 – интенсивность света, входящего в среду, I – интенсивность света, прошедшего слой толщиной x. Показано, что в активной среде, т.е. в среде, усиливающей проходящее излучение, коэффициент поглощения α становится отрицательным. Поэтому активную среду иногда называют средой с отрицательным коэффициентом поглощения.

Число актов вынужденного излучения пропорционально населенности N_2 возбужденного уровня (2.57). Число поглощенных фотонов, в свою очередь, пропорционально населенности N_1 основного уровня (2.53). С учетом того, что коэффициенты Эйнштейна в этих формулах одинаковы, коэффициент поглощения будет пропорционален разности населенностей:

$$\alpha = k(N_1 - N_2), \tag{2.63}$$

где *k*>0 – коэффициент пропорциональности.

В случае термодинамического равновесия населенность возбужденного уровня меньше населенности основного уровня $(N_1 > N_2)$. Поэтому $\alpha > 0$ и процесс поглощения падающего излучения будет преобладать над процессом индуцированного излучения. Чтобы создать усиливающую среду, необходимо получить неравновесное состояние системы, когда населенность возбужденного уровня будет больше населенности основного $(N_2 > N_1)$. Такие состояния называются инверсными (обращенными) или состояниями с инверсией населенностей. Процесс перевода среды в состояние с инверсией населенностей называется накачкой.

Практическое создание лазеров стало возможным после того, как были найдены способы создания инверсии населенностей в различных средах. Наиболее часто в лазерах используется трехуровневая схема, предложенная Н.Г. Басовым и А.М. Прохоровым в 1955 году. Главной особенностью этой схемы является наличие трех уровней – основного, короткоживущего и долгоживущего (метастабильного), между которыми происходит три вида переходов – накачка (возбуждение), безызлучательная релаксация и излучательный (лазерный) переход. Метастабильным является уровень, спонтанные переходы с которого ограничены правилами отбора. Этот уровень предназначен для накопления электронов и создания инверсии населенностей. В системе могут использоваться и дополнительные уровни, однако общие принципы сохраняются.

Существует много способов реализации трехуровневой схемы. Рассмотрим в упрощенном виде два из них.

1. Рубиновый лазер

В рубиновом лазере (рис. 2.16) активной средой является кристалл рубина – оксида алюминия, в котором часть ионов алюминия заменена ионами хрома. Трехуровневая схема реализуется на энергетических уровнях иона хрома. Для накачки А используется оптическое излучение мощной газоразрядной лампы, лежащее в диапазоне зеленого света. При этом ионы хрома переходят с основного уровня 1 на широкую полосу короткоживущих уровней 3. Безызлучательные переходы В на метастабильный уровень 2 происходят с передачей энергии кристаллической решетке. Инверсия населенностей с лазерным переходом С создается между уровнями 2 и 1.



2. Гелий-неоновый лазер

В гелий-неоновом лазере (рис. 2.17) активной средой является плазма газового разряда в смеси гелия и неона. Неон играет роль активного компонента, ис пускающего лазерное излучение, а гелий – роль активатора. Для накачки А используются столкновения гелия с ускоренными в газовом разряде электронами. При этом гелий переходит из основного состояния 1а в метастабильное 3а. При столкновениях атомов гелия с атомами неона происходит резонансное возбуждение неона на уровень 3б, расположенный вблизи уровня 3а гелия. Инверсия населенностей с лазерным переходом В осуществляется между уровнями 3б и 2 неона за счет того, что короткоживущий уровень 2 быстро освобождается безызлучательными переходами С при столкновениях атомов неона со стенками разрядной трубки.

После того, как в активной среде создана инверсия населенностей, вынужденное излучение может быть индуцировано фотоном спонтанного излучения, который приводит к появлению лавины вторичных фотонов. Таким образом, активная среда усиливает спонтанное излучение. Однако фотоны, рождающиеся спонтанно, создают лавины, распространяющиеся в разных направлениях.

Чтобы решить проблему направленности излучения и осуществить режим генерации, используют устройство, называемое оптическим резонатором. В качестве резонатора служит пара параллельных или вогнутых зеркал, которые обращены друг к другу, причем одно из зеркал полностью отражает излучение, а второе является частично прозрачным. Между зеркалами помещается активная среда. Фотоны, движущиеся параллельно оси резонатора, отражаются от поверхности зеркал и вновь проходят активную среду, вызывая стимулированное испускание вторичных фотонов. Поэтому поток фотонов, параллельных оси резонатора, будет лавинообразно нарастать. Некоторая доля таких фотонов проходит через частично прозрачное зеркало, формируя лазерный пучок. Спонтанно испущенные фотоны, которые летят не параллельно оси резонатора, выходят из активной среды через боковую поверхность, не давая вклада в лазерный пучок.

Итак, каждый лазер обязательно должен иметь три основных компонента:

1) активную среду;

2) систему накачки;

3) оптический резонатор.

Лазерное излучение отличается рядом замечательных особенностей. Для него характерны:

1) строгая монохроматичность (Δλ<10⁻¹¹ м);

2) высокая временная и пространственная когерентность. Время когерентности составляет 10⁻³ с. Это соответствует длине когерентности около 10⁵ м, что в 10⁷ раз выше, чем для обычных источников света;

3) высокая интенсивность пучка. Может быть достигнута интенсивность 10^{10} Bt/м²;

4) острая направленность (малое расхождение пучка лучей по углам). Нижний предел угла расхождения лучей лазера $\Delta \theta_{MHH}$ определяется явлением дифракции света. Этот угол не может быть меньше угла дифракции на круглом экране диаметром *D*:

$$\Delta \theta_{MHH} \ge \frac{\lambda}{D},\tag{2.64}$$

где D – диаметр зеркала резонатора лазера. Для газовых лазеров типичное значение $\Delta \theta_{MHH} = 10^{-5} \div 10^{-6}$ рад.

3. Основы физики твердого тела

3.1. Понятие о квантовых статистиках. Статистика Ферми - Дирака и Бозе - Эйнштейна

Согласно квантовой теории, все микрочастицы подразделяют на два класса, которым соответствуют две квантовые статистики:

1) частицы с полуцелым спином, их называют *фермионами*; они подчиняются статистике *Ферми - Дирака*;

2) частицы с целым спином – бозоны; они подчиняются статистике Бозе - Эйнштейна.

Других возможностей квантовая теория не допускает. Нет частиц, подчиняющихся классической статистике Больцмана, которая является предельным случаем, в который переходят при определенных условиях эти две квантовые статистики.

В статистике Ферми - Дирака в каждом квантовом состоянии может находиться не более одной частицы (принцип Паули), а в статистике Бозе - Эйнштейна – любое число частиц.

Основная задача квантовых статистик – это нахождение соответствующих им функций распределения частиц по тем или иным параметрам (например, по энергиям), а также определение средних значений этих параметров, характеризующих наиболее вероятное макросостояние всей системы частиц.

Квантовые распределения представляют собой функции $f(\varepsilon_i)$, определяющие средние числа частиц в одном квантовом состоянии с энергией ε_i :

$$f\left(\varepsilon_{i}\right) = \frac{1}{e^{\left(\varepsilon_{i}-\mu\right)/kT} \pm 1},$$
(3.1)

где знак «+» соответствует фермионам, знак «-» – бозонам; µ – *химический потенциал* – некоторая характерная энергия, значение которой можно найти из условия нормировки: суммарное число частиц во всех квантовых состояниях быть равно полному числу *N* частиц макросистемы.

Особенности этих распределений.

1. Для фермионов $f(\varepsilon_i) \le 1$, а для бозонов ее значение может быть любым $(f \ge 0)$.

2. При $(\varepsilon_i - \mu)/kT >> 1$ в знаменателе распределения (3.1) можно пренебречь единицей и формула переходит в

$$f(\varepsilon_i) = e^{(\mu - \varepsilon_i)/kT} = A e^{-\varepsilon_i/kT}, \qquad (3.2)$$

где $A = e^{\mu/kT} - \kappa o_{2} \phi \phi u \mu u e h m вырождения.$

Идеальный газ, распределение частиц по энергиям которого сильно отличается от классического, называют *вырожденным*, что мы и имеем в рассмотренном случае. Выражение (3.2) есть не что иное, как *распределение Больцмана*.

3. В макросистеме уровни энергии ε_i; частиц *квазинепрерывны* (расположены очень плотно). Поэтому индекс *i* у ε можно опустить.

4. Для бозонов значения μ в (3.1) не могут быть положительными, иначе при $\varepsilon_i < \mu$ окажется, что f < 0, а это лишено физического смысла. Таким образом, для бозонов $\mu < 0$. У макросистем с переменным числом бозонов (к числу которых относятся, например, фотоны) $\mu = 0$, и формула (3.1) переходит в

$$f = \frac{1}{e^{\varepsilon_i/kT} - 1}.$$
(3.3)

Для фермионов подобного ограничения не существует.

3.2. Вырожденный электронный газ в металлах

Электропроводность металлов обусловлена, как известно, наличием в них свободных электронов. Они не связаны с конкретными атомами и могут практически беспрепятственно перемещаться в пределах образца. В первом приближении свободные электроны можно рассматривать как идеальный газ из фермионов в прямоугольной потенциальной яме.

Рассмотрим сначала поведение электронного газа при температуре T = 0. В этом случае функция (3.1) принимает следующие значения:

$$f = \begin{cases} 1, \ \varepsilon \le \mu; \\ 0, \ \varepsilon > \mu. \end{cases}$$
(3.4)

Соответствующий график показан на рис. 3.1, из которого видно, что заполнены все состояния с энергией $\varepsilon < \mu$, а состояния $\varepsilon < \mu$ оказываются незанятыми.



Состояния квантованы, и энергетические уровни являются дискретными, но расположены настолько густо, что энергетический спектр можно считать квазинепрерывным. В статистике Ферми - Дирака, которой подчиняется электронный газ, принимается во внимание *принцип Паули*, согласно которому в каждом квантовом состоянии может находиться не более одного электрона. Отсюда следует, что даже между свободными электронами существует какое-то взаимодействие.

Однако это взаимодействие не является силовым, а представляет собой сугубо квантовый эффект, чуждый классическим представлениям.

В рассматриваемом случае (T = 0) величину μ называют энергией Ферми или уровнем Ферми: $\varepsilon_F = \mu$. Эта энергия является максимальной, которую могут иметь свободные электроны в металле при T = 0. Определим число dZ квантовых состояний для свободных электронов с импульсами в интервале (p, p+dp) как

$$dZ = \frac{4\pi p^2}{h^3} dp \,. \tag{3.5}$$

Из связи между энергией є и импульсом р следует, что

$$p = \sqrt{2m\varepsilon}$$
 и $dp = \sqrt{\frac{m}{2\varepsilon}}d\varepsilon$,

где *т* – масса электрона.

Тогда число квантовых состояний в расчете на единицу объема электронного газа равно

$$dZ = 2\pi \left(\frac{2m}{h^2}\right)^{3/2} \sqrt{\varepsilon} d\varepsilon .$$
(3.6)

Для того чтобы определить число свободных электронов dn в интервале энергий (ε , ε + $d\varepsilon$), надо умножить соответствующее число dZ квантовых состояний на функцию заполнения f:

$$dn = 2 f dZ . (3.7)$$

Коэффициент 2 в этой формуле соответствует принципу Паули, согласно которому в каждом квантовом состоянии могут расположиться два электрона (фер-



миона) с противоположно направленными спинами. При T=0 свободные электроны заполняют полностью (f=1) все квантовые состояния с энергиями $\varepsilon \le \mu$, тогда из (3.6) и (3.7) следует, что

$$dn = 4\pi \left(\frac{2m}{h^2}\right)^{3/2} \sqrt{\varepsilon} d\varepsilon \,.$$
(3.8)

График функции распределения свободных электронов по энергиям $dn/d\epsilon = f(\epsilon)$ показан на рис.

3.2. Площадь под этим графиком равна концентрации *n* свободных электронов:

$$n = \int_{0}^{\varepsilon_F} dn = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{2m\varepsilon_F}{h^2}\right)^{3/2}.$$
(3.9)

Отсюда следует, что энергия Ферми – максимальное значение энергии свободных электронов при T = 0:

$$\varepsilon_F = \frac{h^2}{2m} \left(\frac{3n}{8\pi}\right)^{2/3}.$$
(3.10)

Для среднего значения концентрации свободных электронов в металлах $n = 5 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$ энергия Ферми равна $\varepsilon_F = 5 \text{ эB}$.

Среднюю энергию электронов при T = 0 можно определить, как

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{1}{n} \int_{0}^{\varepsilon_{F}} \varepsilon dn = \frac{3}{5} \varepsilon_{F}.$$
 (3.11)



При энергии Ферми $\varepsilon_F = 5$ эВ средняя энергия электронов $\langle \varepsilon \rangle = 3$ эВ. Идеальному газу с такой средней энергией соответствовала бы, согласно формуле $\langle \varepsilon \rangle = (3/2)kT$, температура $T \sim 5 \cdot 10^4$ К, которая во много раз превосходит температуру плавления любого металла.

Функция распределения Ферми-Дирака при абсолютной температуре *T*>0 показана на рис. 3.3. Вследствие взаимодействия свободных

электронов с тепловым движением атомов вблизи энергии Ферми происходит «размывание» функции $f(\varepsilon)$ в интервале энергий порядка kT.

Зависимость числа свободных электронов $dn(\varepsilon)$ при T>0 имеет вид

$$dn = 2\pi \left(\frac{2m}{h^2}\right)^{3/2} \frac{\sqrt{\varepsilon}d\varepsilon}{e^{(\varepsilon-\varepsilon_F)/kT} + 1}.$$
(3.12)



Функция распределения свободных электронов по энергиям $dn/d\epsilon$ также размывается вблизи ϵ_F (рис. 3.4). Таким образом, при нагревании металла энергию могут изменить только те свободные электроны, которые находятся на самых верхних уровнях, примыкающих к уровню Ферми. Основная же масса свободных электронов на более низких энергетических уровнях остается в прежнем состоянии и поглощать энергию при нагревании не будет.

Энергия Ферми зависит от температуры. Можно показать, что

$$\varepsilon_F = \varepsilon_{F0} \left[1 - \frac{\pi^2}{12} \left(\frac{kT}{\varepsilon_{F0}} \right)^2 \right], \qquad (3.13)$$

где ε_{F0} – энергия Ферми при *T*=0.

3.3. Понятие о квантовой теории теплоемкости

Связь между атомами в твердом теле обеспечивается электростатическими силами и силами, имеющими квантово-механическую природу. Происхождение последних – принцип запрета Паули. При действии только электростатических сил, согласно *теореме Ирншоу*, устойчивая статическая конфигурация электрических зарядов невозможна.

Для существования стабильных связей между атомами в твердом теле необходимо, чтобы полная энергия кристалла – кинетическая плюс потенциальная – была меньше полной энергии такого же количества свободных атомов, удаленных друг от друга на бесконечные расстояния:

$$W_{_{m \varepsilon.m e na}} = W_{_{\kappa u \mu}} + W_{_{nom}} < W_{_{am}}$$
 .

Разность этих двух энергий называется энергией химической связи (энергией связи):

$$W_{cs} = W_{am} - W_{\kappa p}$$
. (3.14)

Величина этой энергии варьируется от 0,1 эВ/атом в кристаллах благородных газов до 7 эВ/атом и более в некоторых ковалентных и ионных соединениях, а также в некоторых металлах. Атомы в кристалле находятся в непрерывном ко-



лебательном движении. В отличие от газов и жидкостей, характер этого движения подчиняется более строгим закономерностям.

Согласно классическим представлениям, теплоемкость всех химически простых тел в кристаллическом состоянии одинакова и равна 3R, где R – универсальная газовая постоянная (рис. 3.5). Однако, этот закон выполняется достаточно хорошо только при сравнительно вы-

соких температурах, а при низких температурах теплоемкость кристаллов убывает, стремясь к нулю при $T \to 0$.

Более точная квантовая теория теплоемкости была создана А. Эйнштейном (1907 г.) и усовершенствована П. Дебаем (1912 г.). В основе квантовой теории лежит предположение о том, что энергия колебаний атомов в решетке квантуется, т.е. является величиной, кратной некоторому определенному малому значению – фонону, который назван так по аналогии с фотоном. Периодичность решетки и состав атомов элементарной ячейки накладывают определенные условия на характер квантования фононов: интервалы существования упругих колебаний, особенности их спектра.

Перечислим основные экспериментальные результаты, относящиеся к теплоемкости твердых тел.

1. При комнатных и высоких температурах молярная теплоемкость большинства твердых тел стремится к одному значению C = 3R = 25 Дж/(моль·K). Это значение соответствует закону Дюлонга и Пти.

2. При низких температурах теплоемкость уменьшается и в области абсолютного нуля также стремится к нулю по закону ~ T^3 для диэлектриков и по линейному закону для металлов (см. рис. 3.5).

3. В магнетиках существует дополнительный вклад в теплоемкость, связанный с упорядочением элементарных магнитных моментов.

3.3.1. Классическая модель теплоемкости твердых тел

Атомы или ионы в кристалле колеблются около своих статистических положений равновесия. В гармоническом приближении нормальные колебания решетки независимы друг от друга. Согласно классическим представлениям, кристалл является системой с 3N колебательными степенями свободы (N – число атомов в кристалле), на каждую из которых приходится в среднем энергия kT(1/2kT в виде кинетической и 1/2kT в виде потенциальной энергии). Если на один моль приходится N_A атомов, каждый из которых имеет три степени свободы, то внутренняя энергия такой системы равна

$$\overline{U} = 3N_{A}kT . \tag{3.15}$$

Тогда молярная теплоемкость C = dU/dT будет равна

$$C = 3N_{\rm A}k = 3R$$
, (3.16)

что соответствует эмпирически установленному закону Дюлонга и Пти, справедливому для большинства твердых тел при комнатных и высоких температурах. Отметим, что это число вдвое больше молярной теплоемкости идеального одноатомного газа. Причина этого в том, что при нагревании твердого тела тепло расходуется на увеличение не только кинетической, но и потенциальной энергии атомов. Однако из соотношения (3.16) следует, что температурной зависимости теплоемкости, исходя из классических представлений, получить не удается.

3.3.2. Модель теплоемкости Эйнштейна

В своей первоначальной модели Эйнштейн рассматривал кристалл как систему *N* атомов, каждый из которых является квантовым гармоническим осциллятором. При этом он предполагал, что колебания атомов происходят независимо друг от друга с одинаковой частотой v. Энергия квантового гармонического осциллятора равна

$$\varepsilon_n = (n+1/2)hv, \quad n = 0, 1, 2, ...$$
 (3.17)

Распределение осцилляторов по состояниям с различной энергией є_n подчиняется распределению Больцмана. Тогда средняя энергия такого осциллятора равна

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{h\nu}{2} + \frac{h\nu}{\exp(h\nu/kT) - 1}.$$
 (3.18)

Здесь hv/2 – это *нулевая* энергия осциллятора, не зависящая от температуры.

С учетом (3.18) выражение для внутренней энергии одного моля будет иметь вид

$$U = 3N_A \langle \varepsilon \rangle = \frac{3}{2} N_A h v + 3N_A \frac{h v}{\exp(h v / kT) - 1}.$$
(3.19)

Продифференцировав это выражение по температуре, найдем молярную теплоемкость кристаллической решетки

$$C = \frac{dU}{dT} = \frac{3R(hv/kT)^2}{\left(\exp(hv/kT) - 1\right)^2} \exp\left(\frac{hv}{kT}\right).$$
(3.20)

При высоких температурах, когда kT >> hv, эта формула переходит в формулу (3.16) для классической теплоемкости. При низких же температурах (kT << hv) формула (3.20) упрощается и принимает вид

$$C = 3R \left(\frac{hv}{kT}\right)^2 \exp\left(-\frac{hv}{kT}\right).$$
(3.21)

При абсолютной температуре, стремящейся к нулю, ход кривой C(T) практически совпадает с результатами опыта (см. рис. 3.5). Однако по Эйнштейну эта зависимость должна иметь экспоненциальный характер, что не соответствует экспериментальной зависимости $C \sim T^3$. Эти расхождения связаны, прежде всего, с чрезмерным упрощением самой модели твердого тела, т. е. с предположением, что все атомы колеблются независимо друг от друга и с одинаковой частотой.

3.3.3. Модель теплоемкости Дебая

В своей модели Дебай учел, что колебания атомов в кристаллической решетке не являются независимыми. Смещение одного из атомов из положения равновесия влечет за собой смещения других соседних с ним атомов. Таким образом, кристалл представляет собой систему *N* упруго связанных друг с другом материальных точек, обладающую 3*N* степенями свободы. Рассмотрим без вывода результаты решения задачи о малых колебаниях такой системы. Каждому нормальному колебанию кристаллической решетки соответствует стоячая волна, устанавливающаяся в объеме кристаллического тела. Из-за связи между атомами колебание, возникшее в каком-то месте кристалла, передается от одного атома к другому, в результате чего возникает упругая волна. Дойдя до границы кристалла, волна отражается. При наложении прямой и отраженной волн образуется стоячая волна. Стоячие волны могут возникать лишь для частот (или длин волн), удовлетворяющих определенным условиям. При низких температурах основной вклад в теплоемкость вносят колебания низких частот, которым соответствуют малые кванты энергии *hv*. Низкочастотный же спектр колебаний решетки может быть рассчитан достаточно точно, и вычисления оказываются довольно простыми. Таким путем Дебай построил теорию теплоемкости твердых тел, особенно хорошо согласующуюся с опытом при низких температурах.

Упругие колебания (осцилляторы) в кристалле имеют квантовые свойства, т. е. существует наименьшая порция – квант энергии колебаний с частотой v. По аналогии с фотоном (квантом электромагнитного излучения) упругой волне со-поставляется квазичастица – фонон, характеризующаяся энергией є и импульсом *p*:

$$\varepsilon = h\nu, \quad p = h\nu/\nu, \tag{3.22}$$

где v – частота фонона (частота упругих колебаний), υ – скорость фонона (скорость волны).

Импульс имеет направление, совпадающее с направлением распространения упругой волны. Импульс фонона не сохраняется, поскольку при взаимодействии фононов друг с другом их импульс может дискретными порциями передаваться кристаллической решетке. В связи с этим импульс фонона называют квазиимпульсом. Фононы могут рождаться и исчезать, при этом число их не сохраняется (оно зависит от температуры T).

Колебательная энергия U кристаллической решетки представляет собой энергию фононного газа. Энергия dU фононного газа в интервале частот (v, v+dv) равна

$$dU = 3\langle \varepsilon \rangle dZ \,. \tag{3.23}$$

Здесь $\langle \varepsilon \rangle$ – средняя энергия квантового осциллятора (см. формулу (3.18)), dZ – число квантовых состояний в расчете на единицу объема:

$$dZ = \frac{4\pi p^2 dp}{h^3} = \frac{4\pi v^2 dv}{v^3}.$$
 (3.24)

В твердых телах могут распространяться три волны: продольная и поперечные с двумя взаимно ортогональными поляризациями. Их скорости несколько отличаются друг от друга, поэтому под υ будем понимать их среднюю скорость.

Для нахождения колебательной энергии проинтегрируем выражение (3.23) по всем возможным частотам от 0 до v_{max}:

$$U = \int 3\langle \varepsilon \rangle dZ = \frac{12\pi}{\nu^3} \int_0^{\nu_{\text{max}}} \left(\frac{h\nu}{2} + \frac{h\nu}{\exp(h\nu/kT) - 1} \right) \nu^2 d\nu.$$
(3.25)

Для определения частоты v_{max} введем условие: полное число квантовых состояний фононного газа должно равняться числу степеней свободы $3n_0$ (n_0 – концентрация атомов), т. е.

$$3n_0 = \int_0^{v_{\text{max}}} 3dZ = \frac{12\pi}{\nu^3} \frac{v_{\text{max}}^3}{3} = \frac{4\pi}{\nu^3} v_{\text{max}}^3.$$
(3.26)

Отсюда

$$v_{\rm max} = v_{\rm V}^3 \sqrt{\frac{3n_0}{4\pi}}$$
 (3.27)

Длина упругой волны, соответствующая этой частоте, равна

$$\lambda_{\min} = \frac{\upsilon}{\nu_{\max}} = \sqrt[3]{\frac{4\pi}{3n_0}} \approx 2d , \qquad (3.28)$$

где *d* – период кристаллической решетки.

Этот результат согласуется с тем, что волны с $\lambda < 2d$ не имеют физического смысла, что служит разумным оправданием условия (3.26).

Учитывая (3.27), переписываем выражение (3.25) в виде

$$U = U_0 + \frac{9n_0h}{v_{\max}^3} \int_0^{v_{\max}} \frac{v^3 dv}{\exp(hv / kT) - 1},$$
(3.29)

где $U_0 = (9/8)hv_{\text{max}}n_0$ – нулевая энергия кристалла.

Таким образом, теплоемкость единицы объема кристалла равна

$$C = \frac{dU}{dT} = \frac{9n_0h^2}{kT^2v_{\text{max}}^3} \int_0^{v_{\text{max}}} \frac{\exp(hv/kT)v^4dv}{\left(\exp(hv/kT)-1\right)^2}.$$
 (3.30)

Величину

$$\Theta = h v_{\text{max}} / k \tag{3.31}$$

называют характеристической температурой Дебая, указывающей для каждого твердого тела область температур ($T < \Theta$), где становится существенным квантование энергии колебаний.

Для упрощения формулы (3.30) введем новую переменную x = hv/kT. Тогда v = (kT/h)x, dv = (kT/h)dx и выражение для теплоемкости (3.30) примет вид

$$C = 9n_0 k \left(T/\Theta\right)^3 \int_{0}^{\Theta/T} \frac{e^x x^4 dx}{\left(e^x - 1\right)^2}.$$
 (3.32)

При $T \ll \Theta$ $T/\Theta \to \infty$, а интеграл в правой части (3.32) будет представлять собой некоторое число. В этом случае

$$C \sim T^3$$
. (3.33)
Эта зависимость получила название *закона* T^3 Дебая.

При $T >> \Theta$, т. е. при $hv_{max}/kT <<1$, выражение (3.29) для U можно упростить, считая $\exp(hv/kT) \approx 1 + hv/kT$. Тогда

$$U = U_0 + \frac{9n_0h}{v_{\text{max}}^3} \int_0^{v_{\text{max}}} \frac{kT}{hv} v^3 dv = U_0 + 3n_0kT = U_0 + 3RT , \qquad (3.34)$$

$$C = \frac{dU}{dT} = 3R , \qquad (3.35)$$

что соответствует закону Дюлонга и Пти.

Таким образом, зависимость C(T), рассчитанная по формуле (3.32), очень хорошо описывает экспериментальные результаты для химически простых веществ, например для алюминия и меди. К телам с более сложной структурой формула Дебая не применима.

3.4. Сверхпроводимость

Явление сверхпроводимости было открыто в 1911 г. *Х. Камерлинг-Оннесом* в Лейденском университете, в лаборатории низких температур. Тремя годами ранее под его же руководством был получен жидкий гелий. Гелий отличается очень низкой температурой кипения (4,21 К), что позволило изучать свойства веществ при температурах, ранее не доступных. При проведении экспериментов оказалось, что при низкой температуре сопротивление многих металлов обращается в нуль. Для первого исследованного вещества – ртути этот барьер составил 4 К.

Эффект сверхпроводимости состоит в резком уменьшении электрического сопротивления при некой критической абсолютной температуре, отличной от нуля. Приблизительное удельное сопротивление сверхпроводника 10⁻²¹ Ом·м. По проводнику, находящемуся в сверхпроводящем состоянии, ток будет циркулировать практически бесконечно. Также у сверхпроводников наблюдается резкая аномалия магнитных, тепловых и других свойств.

Критическая температура зависит не только от химического состава вещества, но и от структуры самого кристалла. Например, серое олово – полупроводник, а белое может превращаться в сверхпроводящий металл. Поэтому сверхпроводимость является свойством не отдельных атомов, а представляет собой эффект структуры самого образца. Основную часть сверхпроводников составляют не чистые вещества, а их сплавы и соединения. Самой высокой критической температурой среди чистых веществ обладал ниобий (9,22 K), а наиболее низкой иридий (0,14 K). В настоящее время созданы соединения на основе керамики из оксидов металлов, критическая температура у которых выше температуры сжижения азота и приближается к комнатной.

Одним из наиболее важных свойств сверхпроводников является эффект Мейснера (В. Мейснер, 1933 г.). При охлаждении сверхпроводника, находящегося во внешнем постоянном магнитном поле, в момент перехода в сверхпроводящее состояние (при $T < T_K$), магнитное поле полностью вытесняется из его объёма. Этим сверхпроводник отличается от идеального проводника, у которого при падении сопротивления до нуля индукция магнитного поля в объёме должна сохраняться без изменения.

Отсутствие магнитного поля в объёме проводника позволяет заключить из общих законов магнитного поля, что в нём существует только поверхностный ток. Он физически реален и поэтому занимает некоторый тонкий слой (не более 400 Å) вблизи поверхности. Магнитное поле поверхностного тока уничтожает внутри сверхпроводника внешнее магнитное поле. В этом отношении сверхпроводник ведёт себя как идеальный диамагнетик. Однако он не является диамагнетиком, так как внутри него намагниченность равна нулю.

Исследование различных сверхпроводящих изотопов ртути привело к установлению связи между критической температурой и массой изотопов. Эта зависимость получила название **изотопического эффекта**. Оказалось, что при изменении массового числа *M* от 199,5 до 203,4 наблюдается изменение критической температуры веществ от 4,185 К до 4,140 К. С достаточной точностью удалось установить справедливость следующей формулы:

$$T_{\kappa}M^{\frac{1}{2}} = const. \qquad (3.36)$$

Исследования показали также, что одновременно с T_K изменяется критическое магнитное поле $H_{\kappa,0}$ (при $T \rightarrow 0$ K), но отношение $H_{\kappa,0}/T_K$ для разных изотопов данного сверхпроводящего металла остаётся постоянным. Изотопический эффект свидетельствует, что сверхпроводимость связана с массой образующих решётку частиц и обусловлена взаимодействием электронов с фононами.

Теория сверхпроводимости, известная как *теория БКШ*, была построена в 1957 г. американскими физиками Дж. Бардином, Л. Купером и Дж. Шриффером. Одновременно микроскопическая теория сверхпроводимости была построена в 1972 году советским математиком и физиком *Н. Н. Боголюбовым*, показавшим, что сверхпроводимость можно рассматривать как сверхтекучесть электронного газа.

Открытие изотопического эффекта явно указывало на то, что при объяснении явления сверхпроводимости необходимо учитывать взаимодействие электронов с кристаллической решеткой металла. Электрон, движущийся в металле, электрическими силами деформирует (поляризует) его кристаллическую решетку. Вызванное этим смещение ионов решетки отражается на состоянии другого электрона, поскольку он теперь оказывается в поле поляризованной решетки, несколько изменившей свою периодическую структуру. Таким образом, кристаллическая решетка выступает в роли промежуточной среды в межэлектронных взаимодействиях. При высоких температурах достаточно интенсивное тепловое движение уменьшает силу притяжения, но при низких температурах сила притяжения велика.

Два электрона отталкиваются друг от друга, если находятся в вакууме. В среде с относительной диэлектрической проницаемостью є сила их взаимодействия, согласно закону Кулона, равна

$$F = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}.$$
(3.37)

Если среда такова, что ε<0, то одноименные заряды, в том числе и электроны, будут притягиваться. Кристаллическая решетка некоторых веществ является той средой, в которой выполняется это условие, а значит, при определенных температурах возможно возникновение эффекта сверхпроводимости. Таким образом эффект взаимного притяжения электронов не противоречит законам физики, так как происходит в некоторой среде.

Рассмотрим металл при T=0 К. Его кристаллическая решетка совершает «нулевые» колебания, существование которых связано с квантово-механическим соотношением неопределенностей. Электрон, движущийся в кристалле, нарушает режим колебаний и переводит решетку в возбужденное состояние. Обратный переход на прежний энергетический уровень сопровождается излучением энергии, захватываемой другим электроном и возбуждающей его. Этот процесс можно представить как излучение фонона одним электроном и поглощение его другим электроном, кристаллическая решетка же играет промежуточную роль передатчика. Обмен фононами обусловливает их взаимное притяжение.

При низких температурах это притяжение у ряда веществ преобладает над кулоновскими силами отталкивания электронов. При этом электронная система

превращается в связанный коллектив, и чтобы ее возбудить требуется затрата некоторой конечной энергии. Энергетический спектр электронной системы в этом случае не будет непрерывным –возбужденное состояние отделено от основного энергетической щелью.

При наличии щели в энергетическом спектре квантовые переходы системы не всегда будут возможны. Электронная система не будет возбуждаться при малых скоростях движения, следовательно, движение электронов будет происходить без трения, что означает отсутствие сопротивления. При определенном критическом токе электронная система сможет перейти на следующий энергетический уровень и сверхпроводимость разрушится.

Хорошие проводники не обладают эффектом сверхпроводимости, так как хорошая проводимость говорит о низком сопротивлении материала и о слабом взаимодействии электронов с кристаллической решеткой. Оно не создает при температуре около абсолютного нуля достаточной силы межэлектронного притяжения, способной преодолеть кулоновскую силу отталкивания.

Электронную систему в сверхпроводнике можно представить как состоящую из связанных пар электронов (*куперовских пар*), а возбуждение – как разрыв пары. Размер электронной пары составляет приблизительно $\xi_0 \sim 10^{-4}$ см, размер периода решетки $\sim 10^{-8}$ см. То есть электроны в паре находятся на огромном расстоянии.

В полупроводниках концентрация электронов меньше, чем в металлах, что препятствует образованию куперовских пар электронов. Кулоновское отталкивание, препятствующее межэлектронному притяжению, оказывается тоже значительно ослабленным. Данные факты не исключают возможности наблюдения сверхпроводимости у полупроводников. В 1963 г. был установлен факт наличия сверхпроводящих свойств у полупроводников: GeTe ($T_K=0,08 K$); SrTiO₃ ($T_K=0,3$ K). Характерно, что у SrTiO₃ диэлектрическая проницаемость очень велика (~10⁴), то есть кулоновское отталкивание было в значительной мере ослаблено. Концентрация донорно-акцепторных примесей в этих полупроводниках довольно велика, по своим свойствам они являются выраженными полупроводниками и по проводимости приближаются к плохо проводящим металлам. Была обнаружена сверхпроводимость и у германия с кремнием. При обычных условиях эти элементы являются полупроводниками. Переход в сверхпроводящее состояние у них, оказывается, возможным лишь при высоком давлении (~100 кБар). При этом происходят структурные превращения и полупроводники переходят в металлическое состояние.

На опыте отмечают зависимость критической температуры некоторых веществ от концентрации носителей заряда. При повышении концентрации критическая температура вначале возрастает и после некоторого пикового значения начинает убывать.

Английский физик-теоретик *Б. Джозефсон* в 1962 году предсказал два эффекта – стационарный и нестационарный, связанные с протеканием токов через туннельные контакты.

При пропускании через контакт тока, величина которого не превышает критического значения, падение напряжения на контакте отсутствует (несмотря на наличие слоя диэлектрика). Это вызвано тем, что электроны проводимости проходят через диэлектрик без сопротивления за счёт туннельного эффекта. Ссверхпроводящий ток переносится куперовскими парами электронов. Туннелирование куперовской пары – специфический когерентный эффект, вероятность которого порядка вероятности туннелирования одиночного электрона, в связи с чем максимальная величина тока Джозефсона может достигать величины обычного туннельного тока через контакт при напряжении порядка щели в энергетическом спектре сверхпроводника. По современным представлениям микроскопическим механизмом туннелирования куперовских пар является андреевское отражение квазичастиц, локализованных в потенциальной яме в области контакта.

Исходя из квантово-механического выражения для плотности тока:

$$j = i\hbar \frac{e}{2m} (\psi \nabla \psi^* - \psi^* \nabla \psi)$$

и учитывая, что ψ – это комплексная величина:

$$\psi = |\psi| e^{i\varphi},$$

легко находим, что $j \sim \nabla \psi$. В реальных металлах, в отсутствие внешнего поля, макроскопический ток не наблюдается, так как фазы у электронов случайны и плотность тока обращается в нуль.

Сверхпроводники характеризуются фазовой когерентностью. При этом все электронные пары в данном сверхпроводнике имеют одинаковую фазу и ток отсутствует ($\Delta \varphi = 0$). Если образовать туннельный контакт из двух различных сверхпроводников, то через такой контакт ток потечет без приложения напряжения, он будет зависеть от разности фаз $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ (плотность тока равна $j = j_0 \sin \varphi$).

Если к контакту приложить постоянную разность потенциалов, то через него потечет переменный сверхпроводящий ток. Возникающие в сверхпроводнике куперовские пары проходят через диэлектрический слой и приобретают при этом энергию 2eU. Так как сопротивление отсутствует, то полученная энергия излучается в виде кванта с энергией $\hbar \omega = 2eU$. На опыте и наблюдается электромагнитное излучение с циклической частотой $\omega = 2eU/\hbar$. В это выражение входит удвоенный заряд электрона, так как волны излучаются электронными парами. То, что частота излучения соответствует вышеприведенной формуле, является экспериментальным доказательством наличия в проводнике куперовских пар электронов. Эффект Джозефсона позволяет создавать переменный ток с помощью постоянной разности потенциалов.

3.5. Энергетические зоны в кристаллах в приближении сильной связи

Теория свободных электронов не объясняет, почему различные вещества с одинаковыми по порядку величины межатомными расстояниями и энергиями взаимодействия имеют разные удельные сопротивления: от 10⁻⁸ Ом·м для металлов до 10¹⁶ Ом·м у диэлектриков. Дальнейшим этапом в развитии квантовой теории твердого тела является зонная теория, в которой учитывается движение электрона в периодическом поле кристаллической решетки.

В основе зонной теории лежат следующие главные приближения.

1. Электронный газ в кристалле является вырожденным и подчиняется статистике Ферми - Дирака.

2. Число электронов на определенном энергетическом уровне подчиняется принципу запрета Паули.

3. Электроны взаимодействуют не только друг с другом, но и с электрическим полем ионов кристаллической решетки.

4. Движение электронов в кристалле не прекращается при абсолютном нуле, и они обладают определенной нулевой энергией.

В этом случае квантово-механический подход к изучению состояния электронов в кристалле может быть проведен двумя методами: 1) в приближении сильной связи и 2) в приближении слабой связи.

Рассмотрим подробно *приближение сильной связи*. В основе этого приближения лежит допущение, что энергия связи электронов с атомами значительно больше их кинетической энергии перемещения вдоль кристаллической решетки. За исходное состояние системы принимается совокупность удаленных друг от друга атомов, каждый из которых имеет систему энергетических уровней и описывается определенными волновыми функциями. У одиночных атомов одного и того же элемента энергия соответствующих уровней в точности одинакова. На рис. 3.6 показаны энергетические схемы двух изолированных атомов натрия.

Каждый атом изображен в виде потенциальной ямы, ограниченной потенциальными кривыми, выражающими зависимость потенциальной энергии электрона от его расстояния до ядра. Энергетическое состояние атома удобно изображать посредством энергетических уровней.



Рис. 3.6

При объединении атомов в кристаллическое тело структура энергетических уровней электронов претерпевает важные изменения по сравнению со случаем изолированных атомов (рис. 3.7). Эти изменения почти не затрагивают наиболее глубоких уровней, соответствующих электронам, образующим внутренние, заполненные оболочки атомов. Наружные уровни коренным образом перестраиваются. Указанное различие связано с разным пространственным распределением электронов, находящихся на глубоко лежащих и на верхних энергетических уровнях. Атомы в кристалле тесно «прижаты» друг к другу. Волновые функции наружных электронов в существенной мере перекрываются, что приводит к обобществлению этих электронов – они теперь принадлежат не отдельным атомам, а всему кристаллу. В то же время волновые функции внутренних электронов друг другом практически не перекрываются. Положение этих уровней в кристалле мало отличается от их положения у изолированных атомов.



Таким образом, при сближении атомов взаимодействие между ними возрастает. Это приводит к тому, что уровни ранее изолированных атомов расщепляются, образуя разрешенные и запрещенные энергетические зоны (рис. 3.8). Расщепление энергетических уровней при образовании квантовой системы – кристалла является следствием принципа Паули, в соответствии с которым на каждом энергетическом уровне может находиться не более двух электронов, причем спины этих электронов должны быть антипараллельны. Каждому атомному уровню соответствует зона, содержащая 2(2l+1)N состояний, где N число атомов в кристалле, l – орбитальное квантовое число. Например, p-уровень (l=1) превращается в зону, состоящую из 3N подуровней (состояния с разными значениями магнитного спинового квантового число ms имеют одинаковую энергию).





Энергетическая ширина зон определяется величиной взаимодействия между атомами, которая в свою очередь определяется расстоянием между атомами в кристалле (например, r_{02}) и не зависит от числа N атомов в кристалле. Даже в микро-

скопических объемах N настолько велико, что энергетическое расстояние между уровнями зоны в реальных случаях не превышает 10^{-17} эВ, т.е. разрешенные зоны практически можно считать сплошными. В ряде случаев разрешенные зоны перекрываются и тогда соответствующая запрещенная зона может отсутствовать. Этот случай соответствует фактическому расстоянию r_{01} между атомами кристаллической решетки на рис. 3.8.

Электропроводность кристаллов определяется распределением электронов по энергетическим уровням. В диэлектриках при абсолютном нуле температуры электроны целиком заполняют последнюю из занятых зон (так называемую *валентную зону*). Диэлектрику соответствует фактическое расстояние r_{02} между атомами кристаллической решетки на рис. 3.8. Следующая разрешенная зона (*зона проводимости*) не содержит электронов. Проводимость в твердом теле возможна лишь тогда, когда возможен переход электрона на ближайший энергетический уровень.

В диэлектрике даже в присутствии электрического поля ни один из электронов не может изменить своего состояния, так как свободных энергетических состояний в валентной зоне нет, а электрическое поле (разумной напряженности) не в состоянии сообщить электрону энергию, необходимую для перехода в зону проводимости (ширина запрещенной зоны велика).

В металлах электроны лишь частично заполняют последнюю из занимаемых зон, и в ней имеются свободные энергетические уровни. Это обусловлено либо частичным заполнением зоны, либо перекрытием разрешенных зон. В присутствии электрического поля электроны без труда переходят на ближайший энергетический уровень и кристалл проводит ток.

К полупроводникам относятся вещества, которые при низких температурах являются диэлектриками. От обычных диэлектриков они отличаются небольшой шириной запрещенной зоны. Уже при комнатной температуре за счет теплового возбуждения часть электронов из валентной зоны переходит в зону проводимости. При этом электропроводность обусловлена электронами, находящимися как в зоне проводимости, так и в валентной зоне. В зоне проводимости электропроводность определяется присутствующими там электронами (электронная проводимость). В валентной зоне проводимость становится возможной из-за появления свободных состояний, часть которых (соответствующих нужному направлению тока) может быть занята электронами зоны (дырочная проводимость).

На рис. 3.9 показана упрощенная диаграмма, позволяющая качественно понять различия в структуре энергетических уровней металла, полупроводника и диэлектрика.



Рис. 3.9

3.6. Собственная и примесная проводимость полупроводников

Химически чистые полупроводники называют собственными полупроводниками. К ним относят ряд чистых химических элементов: германий (Ge), кремний (Si), селен (Se), теллур (Te) и другие. Также полупроводниками являются многие химические соединения: арсенид галлия (GaAs), арсенид индия (InAs), антимонид индия (InSb), карбид кремния (SiC) и другие. Полупроводники имеют кристаллическую решетку типа алмаза, которая состоит из множества одинаковых тетраэдров.

При образовании кристалла полупроводника каждый атом, находясь в узле кристаллической решетки, создает связи с соседними атомами (рис. 3.10, а). Каждая связь образуется парой валентных электронов (одним – от данного атома и другим – от соседнего) и называется *ковалентной*. Оба электрона ковалентной связи в кристалле вращаются по орбите, охватывающей оба атома. Электроны связывают атомы и удерживаются в этой связи силами притяжения к ядрам этих атомов.

При отсутствии примесей и температуре T = 0 в кристалле полупроводника все валентные электроны находятся в ковалентных связях атомов, так что свободных электронов нет. В этом случае кристалл не может проводить электрический ток и является идеальным диэлектриком.

При температуре T > 0 атомы кристалла совершают колебания около узлов кристаллической решетки, амплитуда которых тем больше, чем выше температура кристалла. Валентные электроны, получившие тепловую энергию, равную ширине запрещенной зоны или превышающую её, отрываются и становятся свободными (рис. 3.10, б), т. е. могут перемещаться внутри кристалла, создавая электрический ток. При этом свободному электрону будет соответствовать энергетическое состояние, которое находится в зоне проводимости. На месте, откуда ушел электрон, условие электронейтральности нарушается и возникает положительно заряженная вакансия электрона, которую принято называть *дыркой*.



Рис. 3.10

Положительно заряженной дырке на энергетической диаграмме соответствует свободное энергетическое состояние, образовавшееся в валентной зоне после ухода электрона (рис. 3.11). У электронов валентной зоны появилась возможность занять это состояние, при этом, по мере того как валентные электроны занимают соответствующее дырке вакантное состояние, дырка в энергетической зоне перемещается от потолка валентной зоны к ее дну.

В координатном пространстве рассмотренному процессу соответствует переход на место дырки электрона из соседней ковалентной связи (при этом

дырка оказывается в другом месте). Перемещение положительно заряженной дырки сопровождается возникновением тока. Таким образом, в кристалле помимо электронов в переносе заряда могут участвовать положительно заряженные дырки, т. е. дырку можно рассматривать как частицу, являющуюся подвижным носителем положительного заряда. Направление движения дырки в электрическом поле противоположно направлению движения электрона. Свободные элек-



Рис. 3.11

троны движутся в пространстве между узлами кристаллической решетки, а дырки – по ковалентным связям, поэтому подвижность отрицательных носителей заряда больше, чем положительных.

Процесс образования пары «свободный электрон – дырка» называют генерацией пары носителей заряда. Для совершенного, не имеющего примесей и дефектов кристалла концентрация электронов (n_i) будет равна концентрации дырок (p_i) . Это собственная концентрация носителей заряда: $n_i = p_i$. Индекс *i* означает концентрацию носителей для собственного полупроводника (от англ. *intrinsic* – собственный).

Электропроводимость полупроводников определяется концентрацией свободных носителей заряда (электронов n и дырок p), а также их подвижностью (μ_n и μ_p):

$$\sigma = e(n\mu_n + p\mu_n) . \tag{3.38}$$

Для большинства полупроводников характерна такая ситуация, при которой концентрация электронов в зоне проводимости мала (электронный газ является невырожденным). В этом случае зависимость концентрации электронов (дырок) в собственном невырожденном полупроводнике от температуры имеет вид

$$n_i = n_0 T^{3/2} \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right),$$
 (3.39)

где n_0 – некая постоянная величина при данной температуре, E_g – ширина запрещенной зоны.

Для собственных полупроводников характерно то, что уровень Ферми располагается по центру запрещенной зоны (при T = 0). Для большинства полупроводников ширина запрещенной зоны слабо зависит от температуры. Эту зависимость можно аппроксимировать функцией

$$E_g = E_{g0} - \alpha T , \qquad (3.40)$$

где E_{g0} – ширина запрещенной зоны при T = 0, α – постоянный коэффициент, зависящий от материала.

Качественно это можно объяснить тем, что с ростом температуры, помимо теплового расширения кристаллической решетки, возникает взаимодействие электронов с фононами, благодаря чему электроны получают дополнительную энергию, что и уменьшает ширину запрещенной зоны.

Удельная электрическая проводимость о полупроводника, пропорциональная концентрации носителей заряда, также увеличивается с повышением температуры, а ее значение больше в полупроводниках с меньшим значением ширины запрещенной зоны. Конфидент $T^{3/2}$ в формуле (3.39) изменяется с температурой медленнее, чем $\exp(-E_g/2kT)$, при условии $E_g >> kT$. Поэтому для не слишком высоких температур можно считать, что

$$\sigma = \sigma_0 \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right). \tag{3.41}$$

Свободный электрон, совершая хаотическое движение, может заполнить дырку в ковалентной связи. Тогда разорванная ковалентная связь восстанавливается, а пара носителей заряда (электрон и дырка) исчезает, т.е. происходит *рекомбинация носителей заряда* противоположных знаков. Этот процесс сопровождается выделением избыточной энергии в виде тепла или света. На энергетической диаграмме рекомбинация соответствует переходу электрона из зоны проводимости на вакантный уровень в валентной зоне.

Оба процесса – генерация пар носителей заряда и их рекомбинация – в любом объеме полупроводника происходят одновременно. Соответствующая концентрация носителей заряда устанавливается из условия динамического равновесия, при котором число вновь возникающих носителей заряда равно числу рекомбинирующих. Промежуток времени между моментом генерации носителя заряда и его рекомбинацией называют *временем жизни* свободного электрона или дырки, а пройденное носителем заряда за время жизни расстояние – *длиной свободного пробега*. Учитывая, что время жизни отдельных носителей заряда

различно, под этими терминами понимают среднее время жизни и среднюю длину свободного пробега.

Подвижные носители заряда обусловливают электропроводность полупроводника. При отсутствии электрического поля носители заряда движутся хаотически. Под действием электрического поля электроны и дырки, продолжая участвовать в хаотическом тепловом движении, смещаются вдоль поля: электроны – в сторону положительного потенциала, дырки – в сторону отрицательного. Направленное движение обоих видов носителей заряда создает электрический ток в кристалле, который имеет две составляющие – электронную и дырочную. Электропроводность полупроводника, обусловленную равным количеством электронов и дырок, появляющихся вследствие разрушения ковалентных связей, называют собственной электропроводностью.

Легирующие добавки оказывают существенное влияние на электропроводность полупроводника. Например, растворение в 4-валентном кремнии Si^{4+} 5валентной примеси фосфора P^{5+} , замещающего атомы основного вещества, приводит к тому, что 4 электрона из 5-и примесного атома вступают в ковалентную связь с атомами основного вещества (рис. 3.12, а).



Рис. 3.12

Оставшийся «лишний» электрон слабее остальных связан с атомом, и энергия E_d его отрыва будет значительно меньше ширины запрещенной зоны E_g (рис. 3.12, б). Поскольку число примесных атомов невелико, они оказываются на достаточно большом расстоянии друг от друга и не образуют энергетическую зону. Их энергетические состояния характеризуются изолированным энергетическим уровнем (донорным уровнем) пятого валентного электрона. Этот уровень находится в запрещенной зоне вблизи дна зоны проводимости. Примеси такого типа, образующие электроны проводимости, называются *донорными*, и легированный полупроводник *n-типа* будет обладать электронной проводимостью.

Аналогичная модель применима и для *акцепторных примесей*. Такие примеси образуются, например, растворением в 4-валентном кремнии Si^{4+} 3валентного индия In^{3+} (рис. 3.13, а).



Рис. 3.13

Три валентных электрона индия образуют химическую связь с тремя соседними атомами кремния, а электрона для образования четвёртой связи недостает. Однако при ненулевой температуре с большой вероятностью происходит захват индием электрона у атома кремния, т. е. примесь ионизируется. При этом лишенный 4-го электрона атом кремния приобретает положительный заряд (возникает дырка). Энергия захваченного акцептором электрона выше энергии потолка валентной зоны на E_a (рис. 3.13, б). Поэтому можно считать, что носителями заряда являются перемещаемые положительно заряженные дырки. Примеси такого типа называются *акцепторными*, а легированный полупроводник *ртипа* будет обладать дырочной проводимостью.



При низких температурах проводимость примесного полупроводника обусловлена преимущественно ионизацией атомов донорной примеси, и при увеличении температуры число электронов в зоне проводимости будет экспоненциально возрастать (рис. 3.14, участок 3). Поскольку число атомов примеси ограничено, то при энергиях, меньших 2kT, все атомы примеси уже ионизированы и в определенной области температур концентрация электро-

нов практически не меняется. Участок 2 на рис. 3.14 называют областью истощения примесей. При высоких температурах, когда $2kT > E_g$, происходит интенсивная термическая ионизация атомов основного вещества и концентрация носителей быстро возрастает с ростом температуры. Таким образом, начинает преобладать собственная проводимость (см. рис. 3.14, участок 1).

3.7. Фотопроводимость полупроводников

Электропроводность в полупроводниках может быть вызвана не только тепловым воздействием, но и действием электромагнитного излучения (оптического, ультрафиолетового, рентгеновского излучения и пр.). При поглощении кванта электромагнитного излучения полупроводником в нем происходят процессы, аналогичные тем, которые вызваны тепловым воздействием.

60

Собственная фотопроводимость возникает при поглощении кванта, энергии которого достаточно, чтобы электрон из валентной зоны перешел в зону проводимости, т. е. при условии $hv > E_g$. Таким образом, возникает пара избыточных носителей заряда (электрон и дырка). При этом энергия квантов в основном затрачивается на создание избыточных носителей, в то время как средняя тепловая энергия решетки практически не изменяется. Следовательно, нарушается тепловое равновесие между кристаллической решеткой и носителями заряда, поэтому такие избыточные носители называются *неравновесными*. При этом общая концентрация носителей будет равна сумме концентраций равновесных носителей (n_0 , p_0) и неравновесных (Δn и Δp):

$$n = n_0 + \Delta n,$$

$$p = p_0 + \Delta p.$$
(3.42)

Таким образом, учитывая (3.38), для полной проводимости полупроводника имеем

$$\sigma = e \left(n_0 \mu_n + p_0 \mu_p + \Delta n \mu_n + \Delta p \mu_p \right).$$
(3.43)

Фотопроводимость определяют как разность между значениями удельной проводимости при освещении и в темноте:

$$\sigma_{\phi} = \sigma - \sigma_0 = e \left(\Delta n \mu_n + \Delta p \mu_p \right). \tag{3.44}$$

Кроме процесса генерации, при освещении поверхности одновременно происходит рекомбинация носителей, причем с ростом концентрации неравновесных электронов и дырок интенсивность рекомбинации увеличивается. Поэтому через некоторое время после начала освещения в полупроводнике устанавливается постоянная проводимость, которую называют стационарной.

Формулу для стационарной фотопроводимости можно записать в следующем виде:

$$\sigma_{\phi \ cm} = e \alpha \eta \Phi \Big(\mu_n \tau_n + \mu_p \tau_p \Big), \qquad (3.45)$$

где α – коэффициент поглощения, η – квантовая эффективность (число электронно-дырочных пар, образуемых одним квантом света), Φ – поток фотонов, падающих на поверхность полупроводника (см⁻²с⁻¹), τ_n и τ_p – средние времена жизни неравновесных электронов и дырок.

Под временем жизни понимают промежуток времени, который каждый неравновесный носитель заряда проводит в свободном состоянии с момента генерации и до рекомбинации.

Спектральная зависимость фотопроводимости $\sigma_{\phi}(\lambda)$ определяется зависимостью от длины волны облучающего света коэффициента поглощения $\alpha(\lambda)$ и квантовой эффективности $\eta(\lambda)$. Как уже упоминалось ранее, собственная фотопроводимость возникает только тогда, когда энергия кванта будет равна или больше ширины запрещенной зоны полупроводника $hv \ge E_g$. Отсюда можно определить граничное условие возникновения фотопроводимости

$$v_0 = E_g / h. \tag{3.46}$$

Граничная длина волны фотопроводимости равна

$$\lambda_0 = ch/E_g \,. \tag{3.47}$$

Величина λ_0 определяет так называемую красную границу собственной фотопроводимости полупроводников, в литературе ее также называют длинноволновой границей фотопроводимости. Значение λ_0 для собственной фотопроводимости определяется шириной запрещенной зоны полупроводника.

Поскольку для примесных полупроводников $E_a < E_g$ и $E_d < E_g$ (см. рис. 3.12, 3.13), то для возбуждения фотопроводимости носителям заряда необходимо сообщить значительно меньше энергии, чем для собственных полупроводников. Поэтому примесная фотопроводимость характеризуется более высокими значениями красной границы фотопроводимости λ_0 . Для определения λ_0 примесной фотопроводимости можно также пользоваться формулой (3.47), однако вместо E_g следует использовать E_a и E_d – энергии ионизации донорной и акцепторной примеси соответственно. Таким образом, контролируемое введение примесей в полупроводник позволяет управлять его спектральной характеристикой.

3.8. Люминесценция твердых тел

Люминесценция – излучение, представляющее собой избыток над тепловым излучением тела при данной температуре и имеющее длительность, значительно превышающую период световых волн. Первая часть этого определения предложена Э. Видеманом и отделяет люминесценцию от равновесного теплового излучения. Вторая часть – признак длительности – введена С. И. Вавиловым для того, чтобы отделить люминесценцию от других явлений вторичного свечения – отражения и рассеяния света, а также от вынужденного испускания, тормозного излучения заряженных частиц.

Для возникновения люминесценции требуется какой-либо источник энергии, отличный от равновесной внутренней энергии данного тела, соответствуюций его температуре. Для поддержания стационарной люминесценции этот источник должен быть внешним. Нестационарная люминесценция может происходить во время перехода тела в равновесное состояние после предварительного возбуждения (затухание люминесценции). Как следует из самого определения, понятие люминесценции относится не к отдельным излучающим атомам или молекулам, а и к их совокупностям – телам. Элементарные акты возбуждения молекул и испускания света могут быть одинаковыми в случае теплового излучения и люминесценции. Различие состоит лишь в относительном числе тех или иных энергетических переходов. Из определения люминесценции следует также, что это понятие применимо только к телам, имеющим определенную температуру. В случае сильного отклонения от теплового равновесия говорить о температурном равновесии или люминесценции не имеет смысла.

В твердых кристаллических телах (полупроводниках) люминесценция возникает в результате появления неравновесных носителей заряда (электронов или дырок) под действием какого-либо источника энергии. Различают рекомбинационную люминесценцию при переходах «зона – зона» и люминесценцию дефектных или примесных центров (так называемых центров люминесценции). Во всех случаях процесс люминесценции может включать захват носителей на ловушках с их последующим освобождением тепловым или оптическим путем. В случае люминесценции центров рекомбинация состоит в захвате дырок на основной уровень центра и электронов на возбуждённый уровень. Излучение происходит в результате перехода центра из возбуждённого состояния в основное. Независимо от механизма элементарного процесса, ведущего к люминесценции, излучение в конечном случае происходит при спонтанном переходе из одного энергетического состояния в другое.

Кинетика люминесценции, в частности вид кривой нарастания после включения возбуждения и кривой затухания люминесценции после его выключения, и зависимость кинетики от различных факторов: температуры, интенсивности возбуждающего источника и т. п., служат важными характеристиками люминесценции. Кинетика люминесценции в сильной степени зависит от типа элементарного процесса, хотя и не определяется им однозначно. Затухание спонтанной люминесценции всегда происходит по экспоненциальному закону:

$$I(t) = I_0 \exp(-t/\tau), \qquad (3.48)$$

где т – среднее время жизни возбужденного состояния.

Разработано огромное число люминофоров с разными спектрами свечения и различной длительностью послесвечения. Наиболее ярким является люминофор с синим свечением ZnS-Ag. Для получения белых экранов он смешивается с ZnS·CdS-Ag (желтое свечение). Применяются также силикатные и вольфраматные люминофоры, некоторые окислы. Для изменения свойств люминофоров (увеличения яркости, изменения спектра) в него вводятся активаторы: Mn, Ag, Pb, Sb, Ga, Al, Cl. Кроме ZnS, основаниями для электролюминофоров могут служить (Zn, Cd)S, Zn(S, Se) и др.

3.9. Термоэлектрические явления

Явление возникновения ЭДС в электрической цепи, состоящей из последовательно соединённых разнородных проводников, контакты между которыми находятся при различных температурах, называется эффектом Зеебека (открыт *Т.И. Зеебеком* в 1821 году).

Цепь, которая состоит только из двух различных проводников, называется термоэлементом или термопарой. Величина возникающей в этой цепи термо-ЭДС \mathcal{E} зависит только от материала проводников, температуры T_1 горячего и T_2 холодного контактов. В небольшом интервале температур справедливо соотношение

$$\mathcal{E} = \alpha \left(T_2 - T_1 \right), \tag{3.49}$$

где а – удельная термо-ЭДС.

В простейшем случае коэффициент α определяется только материалами проводников. В общем он зависит и от температуры и в некоторых случаях с изменением температуры α меняет знак. Более строгое выражение для термо-ЭДС имеет вид

$$\mathcal{E} = \int_{T_1}^{T_2} \alpha(T) dT \,. \tag{3.50}$$

Если вдоль проводника существует градиент температуры, то электроны на горячем конце приобретают более высокие энергии и скорости, чем на холодном; в полупроводниках в дополнение к этому концентрация электронов проводимости растет с температурой. В результате возникает поток электронов от горячего конца к холодному и на холодном конце накапливается отрицательный заряд, а на горячем остаётся нескомпенсированный положительный заряд. Процесс накопления заряда продолжается до тех пор, пока возникшая разность потенциалов не вызовет поток электронов в обратном направлении, равный первичному, благодаря чему установится равновесие. Возникающая при этом ЭДС является объёмной составляющей термо-ЭДС.

Контактная разность потенциалов вызвана различием энергий Ферми у контактирующих различных проводников. При создании контакта уровни Ферми становятся одинаковыми и возникает контактная разность потенциалов, равная

$$\Delta \varphi = \frac{\varepsilon_{F1} - \varepsilon_{F2}}{e},\tag{3.51}$$

где *ε*_{*F*1}, *ε*_{*F*2} – энергия Ферми первого и второго проводников, *е* – заряд электрона.

На контакте тем самым существует электрическое поле, локализованное в тонком приконтактном слое. Если составить замкнутую цепь из двух металлов, то $\Delta \varphi$ возникает на обоих контактах. Электрическое поле будет направлено одинаковым образом в обоих контактах – от большего уровня Ферми к меньшему. Это значит, что если совершить обход по замкнутому контуру, то в одном контакте обход будет происходить по полю, а в другом – против поля. Циркуляция вектора \vec{E} тем самым будет равна нулю.

Если температура одного из контактов изменится на ΔT , то, поскольку энергия Ферми зависит от температуры, $\Delta \varphi$ также изменится. Но если изменилась внутренняя контактная разность потенциалов, то изменилось электрическое поле в одном из контактов, и поэтому циркуляция вектора \vec{E} будет отлична от нуля, то есть появляется ЭДС в замкнутой цепи. Данная ЭДС называется контактной составляющей термо-ЭДС.

Если в твёрдом теле существует градиент температуры, то число фононов, движущихся от горячего конца к холодному, будет больше, чем в обратном направлении. В результате столкновений с электронами фононы могут увлекать за собой последние и на холодном конце образца будет накапливаться отрицательный заряд (на горячем – положительный) до тех пор, пока возникшая разность потенциалов не уравновесит эффект увлечения. Эта разность потенциалов и представляет собой *фононную составляющую* термо-ЭДС, которая при низких температурах может быть в десятки и сотни раз больше рассмотренных выше.

Эффект Пельтье (открыт Ж. Пельтье в 1834 году) – процесс выделения или поглощения тепла при прохождении электрического тока через контакт двух разнородных проводников. Величина выделяемого тепла и его знак зависят от вида контактирующих веществ, силы тока и времени прохождения тока, то есть количество выделяемого тепла пропорционально количеству прошедшего через контакт заряда:

$$dQ = PIdt , \qquad (3.52)$$

где *Р* – коэффициент Пельтье.

Причина возникновения явления Пельтье заключается в следующем. На контакте двух веществ имеется контактная разность потенциалов, которая создаёт внутреннее контактное поле. Если через контакт идёт ток, то это поле будет либо способствовать прохождению тока, либо препятствовать. Если ток идёт против контактного поля, то внешний источник должен затратить дополнительную энергию, которая выделяется в контакте, что приведёт к его нагреву. Если же ток идёт по направлению контактного поля, то он может поддерживаться этим полем, которое и совершает работу по перемещению зарядов. Необходимая для этого энергия отбирается у вещества, что приводит к охлаждению его в месте контакта.

Эффект Томсона – одно из термоэлектрических явлений, заключающееся в том, что если в проводнике с током существует перепад температур, то дополнительно к теплоте, выделяемой в соответствии с законом Джоуля – Ленца, в объёме проводника будет выделяться или поглощаться теплота Томсона. Эффект открыт *В. Томсоном* в 1856 году. Количество теплоты Томсона пропорционально силе тока, времени и перепаду температур, зависит от направления тока.

Объяснение эффекта в первом приближении заключается в следующем. В условиях, когда вдоль проводника, по которому протекает ток, существует градиент температуры, причём направление тока соответствует движению электронов от горячего конца к холодному, при переходе из более горячего сечения в более холодное электроны передают избыточную энергию окружающим атомам (выделяется теплота), а при обратном направлении тока, проходя из более холодного участка в более горячий, пополняют свою энергию за счёт окружающих атомов (теплота поглощается).

В полупроводниках важным является то, что концентрация носителей в них сильно зависит от температуры. Если полупроводник нагрет неравномерно, то концентрация носителей заряда в нем будет больше там, где выше температура, поэтому градиент температуры приводит к градиенту концентрации, вследствие чего возникает диффузионный поток носителей заряда. Это приводит к нарушению электронейтральности. Разделение зарядов порождает электрическое поле, препятствующее разделению. Таким образом, если в полупроводнике имеется градиент температуры, то в нем имеется ещё и объёмное электрическое поле.

3.10. Контакт электронного и дырочного полупроводников. Выпрямление переменного тока

Основным элементом полупроводниковых приборов является так называемый *p-n-переход*. Он представляет собой тонкий слой на границе между двумя областями одного и того же кристалла, отличающимися типом примесной проводимости. Отметим, что такой переход нельзя получить, прижимая друг к другу два полупроводника, так как вследствие шероховатости поверхности соприкосновение будет происходить лишь в немногих точках: между ними будут воздушные зазоры, в которых образуются пленки окислов, и переход будет иметь сложное строение.

Для изготовления *p*-*n*-перехода берут, например, тонкую пластинку из полупроводника с электронной проводимостью (*n*-типа) и вплавляют кусочек полупроводника с дырочной проводимостью (*p*-типа). Во время этой операции, которая осуществляется в вакууме или атмосфере инертного газа, атомы веществаакцептора диффундируют на некоторую глубину в вещество-донор. В результате на границе, отделяющей области с различным типом проводимости, возникает *p*- *п*-переход. Толщина границы между *р*- и *п*-областями может быть порядка 10⁻⁴ см.

Рассмотрим вначале *p*-*n*-переход в равновесном состоянии. В *p*-области основными носителями тока являются дырки, образовавшиеся в результате захвата электрона атомами примеси, акцепторы при этом становятся отрицательными ионами. Кроме того, в *p*-области имеется небольшое число неосновных носителей – электронов, возникающих вследствие перевода тепловым движением электронов из валентной зоны непосредственно в зону проводимости. В *n*области основные носители тока – электроны, отданные донором в зону проводимости, неосновные носители – дырки, образовавшиеся за счет перехода электронов из валентной зоны в зону проводимости. Количество неосновных носителей обычно мало по сравнению с количеством основных.

Диффундируя во встречных направлениях через пограничный слой, дырки и электроны рекомбинируют друг с другом. Поэтому *p*-*n*-переход оказывается сильно обедненным носителями тока и приобретает большое сопротивление. Одновременно на границе между областями возникает двойной электрический слой, образованный отрицательными ионами акцепторной примеси и положительными ионами донорной примеси; *n*-область приобретет положительный потенциал и энергия электрона в ней станет меньше (так как заряд электрона отрицателен), а потенциал *p*-области сделается отрицательным и энергия электрона в ней увеличится. Возникает внутреннее контактное электрическое поле.

В равновесном состоянии кривая распределения потенциальной энергии электронов E_3 в направлении, перпендикулярном к переходу, будет иметь вид, показанный сплошной линией на рис. 3.15, а. Напротив, энергия положительных дырок E_0 будет больше в *p*-области (пунктирная линия). Видно, что контактное поле способствует движению неосновных носителей: дырок в *n*-области и электронов в *p*-области. Поэтому все неосновные носители, образующиеся в припереходной области, и все носители, образующиеся в области перехода, движутся через *p*-*n*-переход и создают некоторый ток силой *i*_{*n*}, направленный от *n* к *p*. Сила этого тока мало зависит от разности потенциалов между *n*- и *p*полупроводниками, так как определяется в основном количеством неосновных носителей, образующихся в припереходной области в единицу времени.

Основные носители (дырки в *p*-области и электроны в *n*-области) образуют ток i_0 , направленный противоположно, т.е. от *p* к *n*. Контактное поле препятствует движению основных носителей, которые должны преодолеть потенциальный барьер. В состоянии равновесия устанавливается такая высота потенциального барьера, при которой полный ток $i = i_0 - i_n = 0$. Обратим внимание на то, что под i_0 здесь и далее мы понимаем только ток, создаваемый основными носителями, преодолевшими потенциальный барьер.



Рис. 3.15

Подадим на переход внешнее напряжение таким образом, чтобы на *n*области имелся отрицательный потенциал (рис. 3.15, б), а на *p*-области – положительный (такое напряжение называется прямым). Тогда энергия электронов *n*области увеличится, а в *p*-области уменьшится и, следовательно, высота потенциального барьера станет меньше. При этом ток неосновных носителей i_n , как отмечалось ранее, изменится мало. Ток же основных носителей i_0 увеличится, так как теперь большее количество электронов сможет преодолеть потенциальный барьер и перейти слева направо и большее количество дырок – перейти в противоположном направлении. В результате через переход будет идти ток $i = i_0 - i_n$, направленный от *p* к *n*, а сила тока будет быстро нарастать с увеличением приложенного напряжения *U*:

$$i \sim \left[\exp(eU/kT) - 1 \right]. \tag{3.53}$$

Теперь приложим к *n*-области положительный полюс источника тока (рис. 3.15, в), а к *p*-области – отрицательный (такое напряжение называется обратным). В этом случае высота потенциального барьера увеличится и ток основных носителей i_0 уменьшится. Уже при напряжениях порядка 1 В им можно пренебречь, и поэтому через переход будет протекать только ток неосновных носителей i_n . Величина тока i_n очень мала, так как концентрация неосновных носителей всегда существенно меньше концентрации основных.

Ток электронов, появляющихся за счет тепловой генерации, не зависит от обратного напряжения, поскольку они в любом случае движутся в направлении спада потенциала (из *p*-области в *n*-область). При отрицательном смещении ток генерации преобладает над током рекомбинации.

В результате вольт-амперная характеристика (ВАХ) *р-п*-перехода имеет вид, схематически изображенный на рис. 3.16, а.

Если ток направлен от *p*- к *n*-области, сила тока велика и быстро увеличивается с напряжением, следовательно, переход для этого направления тока (прямой ток) имеет малое сопротивление. Эта ветвь ВАХ *p*-*n*-перехода называется прямой ветвью. Если ток направлен от *n*- к *p*-области, сила тока весьма мала и слабо зависит от напряжения (обратный ток). Соответствующая ветвь ВАХ называется обратной ветвью. Некоторый рост обратного тока при увеличении обратного напряжения можно объяснить, если рассмотреть тепловую генерацию и рекомбинацию носителей заряда в области самого *p*-*n*-перехода.



Рис. 3.16

Для обратного направления тока переход имеет большое сопротивление. Если приложенное иное обратное напряжение становится достаточно большим, в переходе происходит ряд дополнительных явлений, вызванных разогревом области перехода и действием сильного поля в ней. Это приводит к возникновению обратимого или необратимого пробоя *p*-*n*-перехода, выражающегося в резком увеличении обратного тока.

Таким образом, *p*-*n*-переход обладает преимущественно односторонней проводимостью, или выпрямительным свойством, которое может быть использовано для выпрямления переменного тока. На рис. 3.16, б показан график тока, протекающего через *p*-*n*-переход в том случае, если приложенное напряжение изменяется по гармоническому закону.

4. Основы ядерной физики

4.1. Строение атомного ядра и его основные свойства

В опыте Резерфорда (см. п.2.2) было доказано существование ядра атома – компактной положительно заряженной области, в которой сосредоточена практически вся масса атома. Ядро атома химического элемента, таким образом, должно характеризоваться массой и зарядом.

Заряд ядра в соответствии с опытом Резерфорда равен Ze, где Z – порядковый номер элемента в периодической системе Менделеева. В отношении массы ядра ситуация более сложная. В 1907-1908 гг. было обнаружено, что атомы урана Ur, а также тория Th имеют неодинаковую массу. По предложению Фредерика Содди в 1910 г. такие атомы, одинаковые по химическим свойствам, но различные по массе, получили название «изотопы». В период с 1910 по 1919 годы методом масс-спектрометрии Фрэнсис Астон открыл 212 изотопов различных химических элементов и сформулировал правило целых чисел: отношение массы любого изотопа к массе самого легкого изотопа водорода – протия – выражается целым числом. Хотя последующие более точные измерения показали наличие отклонений от правила целых чисел, это позволило установить две основные характеристики ядра – зарядовое число Z и массовое число A. Ядро химического элемента обозначается как ${}^{A}_{Z}X$, где X – символ химического элемента.

В 1919 г. Резерфорд установил, что ядро протия представляет собой элементарную частицу – протон, и предложил протонно-электронную модель ядра. Однако в 1930 г. В.А. Амбарцумян и Д.Д. Иваненко показали противоречия этой модели (несоответствие с экспериментальными значениями магнитных моментов, противоречия с принципом неопределенности и др.) и предположили, что в состав ядра должны входить нейтральные частицы с массой, близкой к массе протона. В 1932 г. такая частица была открыта Джеймсом Чедвиком и получила название нейтрон. В том же году Д.Д. Иваненко и, независимо от него, В. Гейзенбергом была разработана **протонно-нейтронная модель ядра.**

Протон (р) – стабильная положительно заряженная частица с зарядом +*e* и массой $m_p = 1,67265 \cdot 10^{-27} \kappa e = 1,0073 a.e.m$. Масса протона превышает массу электрона в 1836 раз, а его энергия покоя равна 938,28 МэВ.

Нейтрон (n) – электрически нейтральная частица массой $m_n = 1,67495 \cdot 10^{-27} \kappa_2 = 1,0087 \ a.е. м.$ Масса нейтрона превышает массу электрона в 1839 раз, а его энергия покоя равна 939,55 МэВ.

Нейтрон стабилен только в составе ядра. В свободном состоянии нейтрон самопроизвольно распадается с образованием протона. Среднее время жизни свободного нейтрона составляет около 15 минут. В то же время в некоторых условиях протон также может распадаться с образованием нейтрона. В этом отношении частицы равноправны. Это позволяет рассматривать обе частица – протон и нейтрон – как различные зарядовые состояния одной частицы – нуклона.

В протонно-нейтронной модели зарядовое и массовое число получают простое толкование. Массовое число А представляет собой общее число нукло-

нов (протонов и нейтронов) в ядре. Количество протонов определяется зарядовым числом Z, а количество нейтронов N = A - Z.

Ядро атома ${}^{A}_{Z}X$, состоящее из строго определенного числа протонов и нейтронов, называется нуклид. Нуклиды с одинаковым числом протонов Z называются изотопы. Большинство химических элементов имеет несколько изотопов, например обычный водород – протий ${}^{1}_{1}H$, тяжелый водород – дейтерий ${}^{2}_{1}H$, сверхтяжелый водород – тритий ${}^{3}_{1}H$. Ядра дейтерия и трития часто называют дейтрон (d) и тритон (t). Нуклиды с одинаковым числом нейтронов N называют изотоны, например ${}^{13}_{6}C \, u_{7}^{14}N$. Нуклиды с одинаковым числом нуклонов A называют изобары, например ${}^{40}_{18}Ar \, u_{20}^{40}Ca$. Существуют также радиоактивные нуклиды с одинаковыми Z и N, но имеющие различный период полураспада. Такие нуклиды называются изомеры. Например, один изомер ${}^{80}_{35}Br$ имеет период полураспада 18 мин, а другой – 4,4 часа.

Размеры ядра могут быть оценены на основании данных по рассеянию быстрых нейтронов. В первом приближении ядро можно считать шаром, радиус которого довольно точно описывается эмпирической формулой

$$R = R_0 A^{1/3}, (4.1)$$

где $R_0 = (1,3 \div 1,5) \cdot 10^{-15}$ м. Однако необходимо учитывать, что вследствие принципа неопределенности ядро не имеет четкой границы. Объем ядра пропорционален массовому числу *A*:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi R_0^3 A \sim A.$$
 (4.2)

Таким образом, плотность вещества во всех ядрах оказывается примерно постоянной:

$$\rho = \frac{M}{V} \approx \frac{m_n A}{\frac{4}{3}\pi R_0^3 A} = \frac{3m_n}{4\pi R_0^3} = 1,3 \cdot 10^{17} \frac{\kappa^2}{M^3}.$$
(4.3)

Спин ядра определяется спинами входящих в него нуклонов. Протон и нейтрон являются фермионами и имеют спин $\hbar/2$. Ядро атома имеет собственный момент импульса, равный

$$L = \hbar \sqrt{I(I+1)}, \tag{4.4}$$

где I – ядерное спиновое квантовое число, которое может принимать целочисленные и полуцелые значения 0, $\frac{1}{2}$, 1, $\frac{3}{2}$ и т.д. Ядра с четным A являются бозонами и подчиняются статистике Бозе – Эйнштейна. Ядра с нечетным A являются фермионами и подчиняются статистике Ферми – Дирака.

Ядерные частицы имеют собственные магнитные моменты, которыми определяется собственный магнитный момент ядра. Единицей магнитных моментов служит ядерный магнетон

$$\mu_{\mathfrak{R}} = \frac{e\hbar}{2m_{\mathfrak{R}}}.\tag{4.5}$$

Ядерный магнетон в 1836 меньше магнетона Бора, и, следовательно, магнитные свойства атома определяются магнитными свойствами электронов. Маг-
нитный момент протона равен 2,79 μ_{g} , а магнитный момент нейтрона равен $-1,91\mu_{g}$ (знак минус означает, что он направлен противоположно спину). Между спином ядра и его магнитным моментом существует соотношение

$$p_{m\mathcal{A}} = \gamma_{\mathcal{A}} L_{\mathcal{A}}, \tag{4.6}$$

где γ_{g} – ядерное гиромагнитное отношение.

4.2. Энергия связи, ядерные силы и модели ядра

Точные масс-спектрометрические измерения масс различных нуклидов показали, что масса ядра всегда меньше суммы масс составляющих его нуклонов. Уменьшение массы ядра при его образовании называется дефектом массы. Если ядро массой $m_{\mathfrak{P}}$ состоит из Z протонов массой m_p и N = A - Z нейтронов массой m_n , то дефект массы составит

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\mathcal{A}}. \tag{4.7}$$

Соотношение (4.7) не нарушится, если вместо массы протона взять массу атома водорода m_H , а вместо массы ядра – массу нейтрального атома m_{am} :

$$\Delta m = Zm_H + (A - Z)m_n - m_{am}. \tag{4.8}$$

Уменьшение массы ядра объясняется выделением энергии при его образовании. Из закона сохранения энергии вытекает и обратное: для разделения ядра на составляющие требуется затратить такое же количество энергии. Эта энергия называется энергией связи:

$$E_{ce} = \Delta mc^2 = c^2 \left\{ \left[Zm_H + (A - Z)m_n \right] - m_{am} \right\}.$$

$$(4.9)$$

Одной атомной единице массы (1 а.е.м.) соответствует энергия, равная 931,5 МэВ. Используя эти величины, энергию связи можно записать в виде

$$E_{cs}[M \ni B] = 8,07A - 0,78Z - \Delta_{am}.$$
(4.10)

Величина $\Delta_{am} = c^2 (m_{am} - A)$ определяется отличием массы атома в а.е.м. от массового числа. Для ${}_{6}^{12}C$ она равна нулю по определению атомной единицы массы. Для других нуклидов Δ_{am} может быть как положительной, так и отрицательной и по модулю составляет от долей *МэВ* для малых *А* и десятки *МэВ* для *A* > 100. Таким образом, энергия связи в целом пропорциональна числу нуклонов в ядре *A*.

В связи с этим для анализа устойчивости ядер удобно пользоваться удельной энергией связи, то есть энергией связи, приходящейся на один нуклон: $E_{yo} = E_{cs} / A$. Наибольшая удельная энергия связи (рис. 4.1) наблюдается у ядер средней части таблицы Менделеева (28<A<138) и достигает 8,7 МэВ. В конце таблицы Менделеева нуклоны связаны слабее (например, для урана 7,6 МэВ). На графике наблюдаются резкие пики удельной энергии связи. В четно-четных ядрах $\binom{4}{2}He, \frac{12}{6}C, \frac{16}{8}O$ связь нуклонов более сильная, а в нечетно-нечетных $\binom{6}{3}Li, \frac{10}{5}B, \frac{14}{7}N$ нуклоны связаны слабее.

Данные об удельной энергии связи позволили установить некоторые закономерности строения ядер. Критерием устойчивости атомных ядер является соотношение между числом протонов Z и числом нейтронов N в наиболее устой-



чивом ядре из всех возможных изобар. Наиболее устойчивыми будут нуклиды с зарядовым числом, равным

$$Z_{ycm} = \frac{A}{1,98 + 0.015A^{2/3}}.$$
(4.11)

При малых и средних значениях A число протонов и нейтронов в устойчивом ядре примерно одинаково $Z \approx N$. С ростом Z силы кулоновского отталкивания растут пропорционально $Z(Z-1) \approx Z^2$ и для компенсации этого отталкивания ядерным притяжением нуклонов число нейтронов должно расти быстрее числа протонов.

Притяжение нуклонов в ядре, удерживающее их вместе, несмотря на кулоновское отталкивание протонов, свидетельствует о существовании особых *ядерных сил*, не сводящихся к гравитационному и электромагнитному взаимодействию. Огромная величина энергии связи нуклонов в ядре указывает на то, что ядерные силы в сотни раз превышают электромагнитные. Это взаимодействие получило название *сильного взаимодействия*.

Ядерные силы обладают рядом характерных особенностей, существенно отличающих их от электромагнитных и гравитационных сил.

1. Ядерные силы являются короткодействующими. Их радиус действия имеет порядок 10⁻¹⁵ м.

2. Они являются зарядонезависимыми. Ядерные силы, действующие между двумя протонами, протоном и нейтроном и двумя нейтронами, имеют одинаковую величину.

3. Ядерные силы зависят от взаимной ориентации спинов нуклонов. Например, нейтрон и протон удерживаются вместе, образуя ядро тяжелого водорода только в том случае, если их спины параллельны друг другу.

4. Ядерные силы не являются центральными. Их нельзя представить направленными вдоль прямой, проходящей через центры нуклонов.

5. Ядерные силы обладают свойством насыщения. Это означает, что каждый нуклон в ядре взаимодействует с ограниченным числом нуклонов.

Согласно современным представлениям квантовой теории поля все виды взаимодействия осуществляются с помощью обмена виртуальными частицами. При этом радиус взаимодействия имеет величину порядка комптоновской длины волны виртуальной частицы $R_{g_{saum}} = h/mc$, где m – масса ее покоя. Например, фотон – квант электромагнитного поля – является безмассовой частицей, поэтому радиус его взаимодействия не ограничен. Так как ядерные силы являются короткодействующими, то, в отличие от фотонов, виртуальные частицы ядерных сил имеют массу покоя.

Эти частицы – *π***-мезоны (пионы**) – предсказаны в 1935 г. Хидеки Юкавой и обнаружены в 1947 г. Существуют положительный (π^+), отрицательный (π^-) и нейтральный (π^0) мезоны. Заряд π^+ и π^- мезонов равен элементарному заряду *е*. Масса заряженных пионов одинакова и равна 273*m*_e, масса π^0 мезона равна 264*m*_e. Спин как заряженных мезонов, так и нейтрального мезона равен нулю. Все три частицы нестабильны: время жизни: π^+ и π^- мезонов составляет 2,6·10⁻⁸ с, π^0 мезона – 8,2·10⁻¹⁷ с.

В связи со сложным характером ядерных сил и трудностью точного решения уравнений движения нуклонов в ядре прибегают к упрощенным моделям ядра, которые довольно хорошо описывают только определенные свойства ядра и допускают более-менее простую математическую трактовку. Модели ядра можно разделить:

– коллективные, описывающие коррелированное поведение всех нуклонов ядра;

– одночастичные, описывающие независимое движение нуклонов в усредненном поле ядра;

- обобщенные - более сложные модели, сочетающие оба подхода.

Исторически первой и простейшей коллективной моделью ядра является капельная модель ядра, предложенная в 1936 г. Н. Бором и Я.М. Френкелем. Модель основана на аналогии поведения нуклонов в ядре и молекул в капле



жидкости: короткодействующие силы со свойственным им насыщением и пропорциональность объема числу частиц, то есть постоянная плотность. Существенное отличие состоит в том, что «ядерная жидкость» является заряженной и подчиняется законам квантовой механики. Капельная модель хорошо подходит для описания тяжелых ядер и позволила объяснить механизм их деления. Также эта модель позволи-

ла вывести полуэмпирическую формулу для энергии связи ядра – формулу Вайцзеккера:

$$E_{ce} = a_1 A - a_2 A^{2/3} - a_3 (A - 2Z)^2 A^{-1} - a_4 Z^2 A^{-1/3} \pm a_5 A^{-3/4}.$$
(4.12)

Из одночастичных моделей наиболее значимой является оболочечная модель ядра, предложенная в 1950 г. М. Гёпперт-Майер и Й.Х. Йенсеном. В соответствии с этой моделью нуклоны в ядре распределены по дискретным энергетическим уровням (оболочкам), заполняемым согласно принципу Паули (рис. 4.2). Оболочечная модель позволила объяснить:

- спины и магнитные моменты ядер;

- периодичность свойств ядер;

– особую устойчивость ядер, у которых число протонов или нейтронов является «магическим» (2, 8, 20, 28, 50, 82, 126 и 152), – это ядра с полностью заполненными оболочками. Наиболее устойчивые ядра – «дважды магические» – ${}^{4}_{2}He$, ${}^{16}_{8}O$, ${}^{40}_{20}Ca$, ${}^{48}_{20}Ca$, ${}^{208}_{82}Pb$.

4.3. Радиоактивность

Радиоактивностью называется самопроизвольное превращение неустойчивых изотопов одного химического элемента (радионуклидов) в изотопы другого химического элемента, сопровождающееся испусканием некоторых частиц. Ядро исходного химического элемента называется материнским, а образовавшееся ядро – дочерним.

Различаются естественная и искусственная радиоактивности. Первая наблюдается у радионуклидов, существующих в природных условиях, вторая – у радионуклидов, полученных искусственно посредством ядерных реакций в лабораторных условиях, если такой нуклид существует более 10^{-12} с. Однако принципиальные различия между ними отсутствуют. И в том, и в другом случае радиоактивные превращения подчиняются одним и тем же закономерностям.

К основным видам радиоактивных превращений относятся:

– альфа-распад, сопровождающийся вылетом α -частицы (ядра атома ${}^{4}_{2}He$) и уменьшением зарядового числа на две единицы;

– бета-распад, сопровождающийся либо вылетом электрона (β -распад) или позитрона (β ⁺-распад), либо захватом электрона и изменением зарядового числа на ±1;

 протонный распад, сопровождающийся вылетом протона и уменьшением зарядового числа на единицу;

– спонтанное деление – самопроизвольный распад ядра на два осколка, имеющих приблизительно одинаковые массы.

Для того чтобы такие превращения были самопроизвольны, они должны быть энергетически выгодными, то есть масса образовавшихся продуктов распада (дочернего ядра и испускаемых частиц) должна быть меньше массы материнского ядра:

$$\Delta m_{\Sigma} = m_{M} - \left(m_{\partial} + \sum m_{i}\right) > 0.$$
(4.13)

В соответствии с законом сохранения энергии уменьшение массы приводит к тому, что энергия $E = c^2 \Delta m_{\Sigma}$ выделяется в виде кинетической энергии продуктов распада. Помимо закона сохранения энергии в радиоактивном распаде должны выполняться законы сохранения импульса, момента импульса и др.

Все виды радиоактивных превращений обычно также сопровождаются гамма-излучением. Гамма-излучение – это поток коротковолнового электромагнитного излучения с длиной волны, не превышающей 0,1 нм, и ярко выраженными корпускулярными свойствами. Оно имеет дискретный спектр, что является подтверждением наличия у ядра дискретных энергетических состояний, описываемых оболочечной моделью. Гамма-излучение испускается дочерними ядрами, которые могут образовываться в возбужденном состоянии. При переходе ядра из возбужденного состояния в основное испускается гамма-квант с энергией, равной разности энергий начального и конечного состояний.

Радиоактивный распад является статистическим явлением. Предсказать, в какой момент времени распадется конкретное ядро, не представляется возможным. Выявляемые в радиоактивном распаде закономерности носят вероятностный характер и выполняются тем точнее, чем больше число радиоактивных ядер.

Так как ядра распадаются независимо друг от друга, количество ядер, распавшихся за промежуток времени от t до t+dt, пропорционально как величине промежутка dt, так и количеству радиоактивных ядер N:

$$dN = -\lambda N dt. \tag{4.14}$$

Коэффициент пропорциональности λ называется постоянной распада, а знак минус учитывает, что при распаде количество материнских ядер уменьшается. Разделяя переменные и интегрируя дифференциальное уравнение, получаем закон радиоактивного распада:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}, \qquad (4.15)$$

где N_0 – начальное количество радиоактивных ядер, а N(t) – количество ядер, не распавшихся в момент времени t.

Суммарная продолжительность жизни ядер, распавшихся за промежуток времени от t до t+dt, составит $t|dN| = t\lambda Ndt$. Проинтегрировав это выражение по времени от нуля до бесконечности и разделив на начальное число ядер, получим **среднее время жизни** радиоактивного ядра:

$$\tau = \frac{1}{N_0} \int_0^\infty t\lambda N dt = \frac{1}{N_0} \int_0^\infty t\lambda N_0 e^{-\lambda t} dt = \lambda \int_0^\infty t e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}$$
(4.16)

Характеристикой устойчивости радионуклида является **период полураспада** Т – промежуток времени, в течение которого начальное количество ядер данного радионуклида уменьшается вдвое:

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \tau \ln 2. \tag{4.17}$$

Активностью радиоактивного препарата называется число распадов, происходящих в радиоактивном источнике в единицу времени:

$$A = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda N. \tag{4.18}$$

Единицей активности является *беккерель (Бк)*, равный одному распаду в секунду. Широко применяется внесистемная единица *кюри (Ки)*, равная активности 1 г радия (1 Ки = 37 ГБк). Активность единицы массы радиоактивного препарата a = A/m называется удельной активностью.

Возникающие в результате распада радионуклида дочерние ядра в свою очередь могут быть радиоактивными. Это приводит к возникновению цепочки радиоактивных превращений – радиоактивным рядам (семействам). Радиоак-

тивные ряды начинаются с радионуклидов с большим периодом полураспада и заканчиваются стабильными нуклидами. Известно четыре радиоактивных ряда: ряд тория (начинается с ^{232}Th), ряд нептуния (начинается с ^{237}Np), ряд урана (начинается с ^{238}U) и ряд актиноурана (начинается с ^{235}U). В этих рядах устанавливается состояние радиоактивного (векового) равновесия, в котором между количеством ядер радионуклидов имеется простое соотношение:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{T_1}{T_2}.$$
(4.19)

В этом случае активность всех компонентов ряда одинакова и количество ядер каждого нуклида, за исключением начального и конечного, не изменяется.

4.4. Закономерности альфа- и бета-распадов

Альфа- и бета-распады являются основными видами радиоактивных превращений и наблюдаются как при естественной, так и при искусственной радиоактивности. Рассмотрим подробнее их характерные особенности.

Альфа-распад, состоящий В испускании ядрами радионуклидов α-частиц, характерен только для тяжелых ядер. Уравнение альфа-распада имеет вил

$${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He,$$
 (4.20)

где *X* – символ материнского ядра, а *Y* – дочернего.

В соответствии с законом сохранения импульса энергия, выделяющаяся в результате альфа-распада, делится между α-частицей и дочерним ядром обратно пропорционально их массам. Кинетическая энергия α-частиц имеет величину порядка нескольких МэВ. При движении α-частицы через среду она расходует энергию на образование ионов на своем пути. Максимальный пробег α-частиц в воздухе в нормальных условиях составляет порядка нескольких сантиметров. На основании эмпирического закона Гейгера – Нэттола по максимальному пробегу α-частиц R можно определить постоянную распада:

$$\lambda = A + B \ln R, \tag{4.21}$$

где А и В – эмпирические постоянные.

Обычно радиоактивный препарат испускает несколько моноэнергетических групп α-частиц. Это объясняется тем, что дочернее ядро может образоваться как в основном состоянии, так и в возбужденном. В последнем случае энергия αчастицы будет меньше, а процесс распада будет сопровождаться гамма-излучением. Общая энергия всех продуктов распада, включая гамма-квант, в обоих случаях будет одинакова.

Основы квантово-механической теории альфа-распада были в 1927 заложены Г.

 \boldsymbol{E} U0 Рис. 4.3

Г.А. Гамовым. Ядро является для α-частицы потенциальной ямой, окруженной потенциальным барьером (рис. 4.3). Внутренняя часть этого барьера образована ядерным притяжением, внешняя – кулоновским отталкиванием. Высота потенциального барьера U значительно превышает энергию α-частицы К. Поэтому ис-



пускание ядром α -частицы возможно только благодаря туннельному эффекту. Прозрачность потенциального барьера D сильно зависит от энергии α -частицы K:

$$D = \exp\left(-\frac{2}{\hbar}\int_{r_1}^{r_2}\sqrt{2m_{\alpha}\left(U\left(r\right)-K\right)}dx\right).$$
(4.22)

Этим объясняются большие различия в периодах полураспада альфаактивных радионуклидов – от 10⁹ лет до 10⁻⁷ с – при сравнительно небольшом возрастании энергии α-частиц – от 4 до 9 МэВ.

Постоянная распада $\lambda = nD$, где n – частота ударов α -частицы о потенциальный барьер, которая в свою очередь зависит от кинетической энергии и формы барьера. Основываясь на указанных положениях, можно теоретически вывести эмпирический закон Гейгера – Нэттола (4.21).

Следует отметить, радионуклиды могут испускать и более тяжелые частицы, чем ядра гелия, например ядра ${}_{6}^{14}C$ или ${}_{10}^{24}Ne$. Однако вероятность туннелирования таких массивных частиц невелика, и такой вид радиоактивности, называемый кластерным распадом, удалось обнаружить только в самом конце 20-го века.

Бета-распад состоит в превращении ядра радионуклида в ядро-изобар с таким же массовым числом и зарядовым числом, отличающимся на ± 1 . В этом процессе происходит взаимопревращение нуклонов: нейтрона в протон или протона в нейтрон. Таким образом, бета-распад является не внутриядерным, а внутринуклонным процессом, обусловленным слабым взаимодействием нуклонов. Бета-распаду подвержены нуклиды практически всех химических элементов. Чем сильнее соотношение протонов и нейтронов в ядре отличается от заданного



формулой (4.11), тем больше склонность нуклида к проявлению бета-активности и меньше период полураспада.

Существует три вида бета-распадов: электронный и позитронный бета-распады, сопровождаемые испусканием β-частиц (электронов и позитронов), и электронный захват.

Электронный бета-распад (β⁻-распад) происходит как у естественных, так и искусственных ра-

дионуклидов, ядра которых перегружены нейтронами. В этом случае энергетически выгодным является самопроизвольное превращение одного из нейтронов ядра в протон по схеме:

$${}^{1}_{0}n \to {}^{1}_{1}p + {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\tilde{\nu}_{e}.$$
(4.23)

При этом образуются электрон ${}_{-1}^{0}e$ и электронное антинейтрино ${}_{0}^{0}\tilde{v}_{e}$. Все виды нейтрино являются нейтральными, обладают чрезвычайно малой массой и практически не взаимодействуют с веществом, поэтому их сложно обнаружить. На их появление в бета-распаде указывают два факта.

Во-первых, электроны, образующиеся при бета-распаде, имеют широкий спектр энергий от нуля до максимального значения E_{max} , которая определяется разностью масс материнского ядра и продуктов распада (рис 4.4). Следовательно, распады, при которых энергия электрона E меньше E_{max} , протекают с кажу-

щимся нарушением закона сохранения энергии. Чтобы объяснить исчезновение энергии, Паули высказал в 1932 г. предположение, что при бета-распаде вместе с электроном испускается еще одна частица, которая уносит с собой энергию.

Во-вторых, спин нейтрона, протона и электрона одинаков и равен ¹/₂. Если в схеме распада убрать антинейтрино, то суммарный спин возникающих частиц будет отличаться от спина исходной частицы. Таким образом, участие в бетараспаде еще одной частицы диктуется законом сохранения момента импульса, причем этой частице необходимо приписать спин, равный ¹/₂.

Экспериментальное доказательство существования нейтрино было получено только в 1956 г.

Позитронный бета-распад (β^+ -распад) характерен только для искусственной радиоактивности. Он происходит в нейтронодефицитных ядрах, получаемых в ядерных реакциях. При β^+ -распаде протон превращается в нейтрон с образованием позитрона (античастица электрона) и электронного нейтрино:

$${}^{1}_{1}p \to {}^{1}_{0}n + {}^{0}_{+1}\tilde{e} + {}^{0}_{0}\nu_{e}.$$
(4.24)

Для свободного протона такой процесс невозможен по энергетическим соображениям, так как масса протона меньше массы нейтрона. Однако протон в ядре может заимствовать требуемую энергию от других нуклонов, входящих в состав ядра.

Электронный захват заключается в том, что ядро поглощает электрон из внутренней электронной оболочки своего атома (обычно из *K*-, реже из *L*- или *M*-оболочек), в результате чего один из протонов превращается в нейтрон, испуская при этом нейтрино:

$${}^{1}_{1}p + {}^{0}_{-1}e \to {}^{1}_{0}n + {}^{0}_{0}v_{e}.$$
(4.25)

Место в электронной оболочке, освобожденное захваченным электроном, заполняется электронами из вышележащих слоев, в результате чего возникает характеристическое рентгеновское излучение. Именно этим путем электронный захват и был открыт Л. Альваресом в 1937 г.

4.5. Ядерные реакции

Ядерная реакция – это процесс превращения атомного ядра при его взаимодействии с элементарной частицей или другим ядром. Изучение ядерных реакций дает основную научную информацию о структуре и свойствах атомных ядер. В прикладном отношении ядерные реакции служат для получения искусственных радиоактивных изотопов, а также используются в качестве источников получения ядерной энергии.

Для описания ядерной реакции применяют символическую запись:

$$A + a \rightarrow b + B$$
 или $A(a,b)B$, (4.26)

где A и B – исходное и конечное ядра, a – частица, инициирующая реакцию, b – частица, образующаяся в результате реакции. В качестве частиц a и b чаще всего фигурируют нейтрон (n), протон (p), дейтрон (d), α -частица и γ -квант. Для описания реакций, происходящих с различными ядрами по определенной схеме, применяется запись (a,b). Если в результате реакции образуется несколько частиц, то все они указываются в скобках после запятой:

(a,bc...). Если конечная частица совпадает с начальной, то такой процесс называется рассеянием (a,a).

Ядерная реакция часто может идти несколькими способами, например при бомбардировке ядра протоном он может либо рассеяться (p, p), либо выбить нейтрон (p, pn), либо поглотиться (p, γ) и т.д.. Возможные схемы протекания реакции называются ее каналами, причем различным каналам соответствуют различные вероятности. Вероятность взаимодействия принято характеризовать эффективным сечением:

$$\sigma = \frac{dN}{nNdx},\tag{4.27}$$

где N – число частиц, падающих по нормали за единицу времени на единицу площади поверхности вещества, имеющего концентрацию ядер n, dN – число этих частиц, вступающих в реакцию в слое толщиной dx. Эффективное сечение ядерной реакции, имеющее размерность площади, измеряют в **барнах** (1 барн = 10^{-28} м²).

В ядерных реакциях выполняются законы сохранения энергии, импульса, момента импульса, массового и зарядового чисел. Ядерные реакции могут сопровождаться как выделением, так и поглощением энергии. Энергия реакции Q определяется изменением общей массы ядер и частиц, участвующих в реакции:

$$Q = c^{2} \Big[\Big(m_{A} + m_{a} \Big) - \Big(m_{B} + m_{b} \Big) \Big].$$
(4.28)

Если Q > 0, то реакция идет с выделением энергии и называется экзотермической, а если Q < 0, то реакция идет с поглощением энергии и называется эндотермической. Эндотермические реакции обладают порогом – минимальной кинетической энергией относительного движения сталкивающихся частиц, начиная с которой становится возможным протекание ядерной реакции.

Ядерные реакции классифицируются по различным признакам:

1) по роду вызывающих их частиц – реакции под действием нейтронов, реакции под действием заряженных частиц (протонов, дейтронов и др.), реакции под действием у-квантов;

 по энергии вызывающих их частиц – реакции при малых энергиях (порядка эВ) происходят в основном с участием нейтронов, реакции при средних энергиях (до нескольких МэВ) вызываются также заряженными частицами и γквантами; реакции при высоких энергиях, вызываемые тяжелыми ионами приводят к рождению отсутствующих в свободном состоянии элементарных частиц (мезонов, гиперонов и др.);

3) по характеру ядерных превращений – прямые ядерные реакции, реакции с составным ядром, реакции захвата (при которых составное ядро не испускает никаких частиц), реакции деления, реакции синтеза.

Если ядерная реакция протекает быстро, т. е. за время порядка 10^{-21} с, сравнимое с временем пролета частицей ядра, то такая реакция называется **пря**мой ядерной реакцией. К прямым реакциям относятся, например, реакции срыва (d, p), (d, n) и обратные им реакции подхвата (p, d), (n, d). В реакции срыва один из нуклонов дейтрона при пролете его вблизи ядра срывается ядром и за-

стревает в нем. В реакции подхвата один из нуклонов ядра подхватывается налетающим нуклоном и вылетает вместе с ним из ядра в виде дейтрона.

Существуют, однако, ядерные реакции, которые протекают за время, значительно превышающее время пролета ядра. В этом случае реакция проходит через стадию составного ядра (компаунд-ядра). Механизм осуществления такой ядерной реакции предсказал в 1936 г. Н. Бор. Ядерная реакция такого типа

$$A + a \to \Pi \to B + b \tag{4.29}$$

протекает в два этапа.

На первом этапе в результате захвата частицы a образуется составное ядро П. Составное ядро существует значительный с точки зрения ядерных масштабов промежуток времени ($10^{-12} - 10^{-16}$ с). За это время энергия налетающей частицы перераспределяется между всеми нуклонами возбужденного составного ядра и оно «забывает» начальное состояние. За счет флуктуации часть этой энергии может сконцентрироваться на одном или нескольких нуклонах этого ядра. Поэтому на втором этапе реакции эти нуклоны в виде частицы b испускаются составным ядром.

Тяжелое составное ядро, возбужденное при захвате нейтрона, может разделиться на две приблизительно равные части – осколки деления. Эта реакция называется **реакцией деления тяжелых ядер**. Неустойчивости тяжелых ядер способствует большое количество в них протонов, испытывающих кулоновское отталкивание друг от друга. Тяжелые ядра способны к делению, если их параметр деления $Z^2/A \ge 17$. Это условие выполняется для всех ядер, начиная с серебра $\frac{108}{47}Ag$.

Осколки деления имеют избыток нейтронов, которые они испускают, переходя в более устойчивое состояние. Такие нейтроны, называемые нейтронами деления, сами могут вызывать реакции деления соседних ядер, что делает возможным осуществление **цепной реакции деления**. Важной характеристикой такой реакции является коэффициент размножения нейтронов k, равный отношению количества нейтронов в двух последующих поколениях. При k>1 происходит взрывная цепная реакция, при k=1 – стационарная (управляемая). Причиной уменьшения коэффициента размножения является наличие в среде неделящихся ядер, которые могут захватывать нейтроны, и выход нейтронов за пределы активной среды.

Реакции слияния легких ядер с образованием более тяжелого ядра называются **реакциями синтеза**. Ядра заряжены одноименным положительным зарядом, поэтому при их сближении необходимо преодолеть кулоновский потенциальный барьер высотой порядка 10 кэВ. Для преодоления такого высокого барьера ядрам следует сообщить достаточно высокую кинетическую энергию. Это можно сделать, разогрев смесь реагирующих ядер до температуры порядка десятков и даже сотен миллионов градусов. Именно поэтому такие ядерные реакции синтеза получили название термоядерных реакций. Термоядерные реакции являются источниками энергии звезд. Такие реакции протекают в виде различных циклов, например протонно-протонный цикл приводит к формированию $\frac{4}{2}$ *Не* из четырех протонов:

$${}^{1}_{1}p + {}^{1}_{1}p \rightarrow {}^{2}_{1}H + {}^{0}_{1}\tilde{e} + {}^{0}_{0}\nu_{e};$$

$${}^{2}_{1}H + {}^{1}_{1}p \rightarrow {}^{3}_{2}He + \gamma;$$

$${}^{3}_{2}He + {}^{3}_{2}He \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{1}_{1}p.$$
(4.30)

Основой для управляемой термоядерной реакции является реакция синтеза в смеси дейтерия и трития:

$${}_{1}^{2}H + {}_{1}^{3}H \rightarrow {}_{2}^{4}He + {}_{0}^{1}n + 17, 6M \ni B.$$
(4.31)

Дейтерий является стабильным изотопом водорода, встречающимся в природе, а относительно короткоживущий тритий с периодом полураспада 12,3 года получают при облучении нейтронами лития:

$${}_{3}^{6}Li + {}_{0}^{1}n \rightarrow {}_{1}^{3}H + {}_{2}^{4}He.$$
(4.32)

Для практического осуществления реакции (4.31) необходимо, чтобы тритий-дейтериевая плазма была достаточно сильно нагрета, а также чтобы концентрация *n* частиц в ней и время τ удержания плазмы удовлетворяли **критерию Лоусона**: $n\tau > 10^{14}$ с/см³ при $T > 10^{6} K$.

5. Современная физическая картина мира

Физика была и остается сегодня наиболее развитой и систематизированной естественной наукой. Степень разработанности физики настолько велика, что она гораздо раньше других естественных наук смогла создать собственную физическую картину мира.

Понятие «физическая картина мира» употребляется давно, но лишь в последнее время оно стало рассматриваться не только как итог развития физического знания, но и как особый самостоятельный вид знания - самое общее теоретическое знание в физике (система понятий, принципов и гипотез), служащее исходной основой для построения теорий.

Ключевым в физической картине мира служит понятие «материя», на которое выходят важнейшие проблемы физической науки. Поэтому смена физической картины мира связана со сменой представлений о материи. В истории физики это происходило два раза. Сначала был совершен переход от атомистических, корпускулярных (прерывных, дискретных) представлений о материи к континуальным (непрерывным). Затем, в XX веке, континуальные представления были заменены современными квантовыми.

Первая – механическая картина мира сложилась в физике в результате научной революции XVI-XVII вв. на основе исследований Г. Галилея, П. Гассенди, Р. Декарта, И. Ньютона. Основу механической картины мира составил атомизм, который весь мир, включая человека, представлял как совокупность огромного числа атомов, перемещающихся в пространстве и времени. Ключевым понятием механической картины мира было понятие движения, поэтому Ньютон считал законы движения фундаментальными законами мироздания. Решая проблему взаимодействия тел, Ньютон предложил принцип дальнодействия, согласно которому взаимодействие между телами происходит мгновенно на любом расстоянии без материальных посредников. Ньютоном была также предложена концепция абсолютного пространства и времени, т. е. существующих независимо от материи.

На основе механической картины мира в XVIII – начале XIX вв. была разработана земная, небесная и молекулярная механика. Это способствовало быстрому развитию техники. Все это привело к абсолютизации механической картины мира и дальнейшему ее кризису. Попытки распространения методов и законов механики на область тепловых явлений, электричество, магнетизм, жизнь, разум потерпели неудачу и привели к дальнейшей смене физической картины мира.

Становление электромагнитной картины мира было связано с открытиями М. Фарадея. Изучая электрические и магнитные явления, Фарадей пришел к идее замены корпускулярных представлений о материи континуальными (непрерывными). Он сделал вывод, что электромагнитное поле бесконечно и непрерывно, с точечными центрами электрических зарядов и волновыми движениями в нем. Движение понималось как распространение колебаний в поле, которое подчинялось законами термодинамики. Пространство и время перестали быть самостоятельными и независимыми от материи. Изменился взгляд на проблему взаимодействия. Концепция дальнодействия Ньютона была заменена принципом близкодействия Фарадея, в соответствии с которым любые взаимодействия передаются полем непрерывно и с конечной скоростью.

Новая электромагнитная картина мира объяснила большой круг явлений, но вскоре в физике стали возникать проблемы с объяснением новых открытий: фотоэффекта, линейности спектра атомов, теории теплового излучения, радиоактивности. Появившиеся учения о строении атома противоречили электромагнитной картине мира.

Идеи Планка, Эйнштейна, Бора, Гейзенберга, Шрёдингера, Дирака, обобщая результаты физических экспериментов, позволили создать в начале XX века совершенно новую квантово-релятивистскую картину окружающего мира, основанную на идее относительности пространства и времени. По современным представлениям материя реализуется в двух формах: вещество и поле. Они находятся в постоянном взаимодействии и претерпевают взаимопревращения на элементарном уровне. При этом для материи характерен корпускулярноволновой дуализм, т. е. наличие у каждого элемента материи свойств волны и частицы.

5.1. Элементарные частицы

Древние представляли мир состоящим из неделимых атомов. В начале нынешнего века удалось изучить структуру атома, разложить его на элементарные частицы: протоны, нейтроны и электроны. Казалось, этого достаточно для описания структуры вещества. Но на этом дело не закончилось. В тридцатых годах были открыты мезоны, нейтрино. У каждой частицы в силу закона симметрии обнаружилась и античастица. Затем перед глазами ученых оказалась целая «россыпь» частиц: их обнаруживали в лучах, приходящих из космоса, получали с помощью мощных ускорителей. Сейчас открыто уже более 400 частиц. Одни из частиц стабильны, вроде протонов, другие живут мгновения (~10⁻²³ с – резонансы). Одни живут только в движении (фотон, нейтрино), другие могут находиться в состоянии покоя. Жизнь этих частиц - непрерывное взаимодействие друг с другом, взаимные превращения. Взаимодействие частиц называют слабым по сравнению с другими фундаментальными взаимодействиями, судя по малому времени их жизни.

В элементарных частицах, известных к настоящему времени, обнаруживается более или менее стройная система классификации. Элементарные частицы принято делить на три группы.

К *группе фотонов* относится единственная частица – фотон, который переносит электромагнитное взаимодействие. В электромагнитном взаимодействии участвуют в той или иной степени все частицы, как заряженные, так и нейтральные (кроме нейтрино).

К группе лептонов (от греч. «лептос» – легкий) относятся электрон, мюон, таон, соответствующие им нейтрино, а также их античастицы. Лептоны участвуют только в электромагнитном и слабом взаимодействиях. Все лептоны имеют спин, равный 1/2, и, следовательно, являются фермионами, подчиняясь статистике Ферми – Дирака.

Элементарным частицам, относящимся к группе лептонов, приписывают так называемое лептонное число (лептонный заряд) *L*. Обычно принимают, что *L*

= +1 для лептонов, L = -1 для антилептонов и L = 0 для всех остальных элементарных частиц. Введение *L* позволяет сформулировать закон сохранения лептонного числа: в замкнутой системе при *всех без исключения процессах* взаимопревращаемости элементарных частиц *лептонное число сохраняется*.

Основную часть элементарных частиц составляют *адроны* (от греч. «адрос» - крупный, сильный). К группе адронов относятся пионы, каоны, h-мезон, нуклоны, гипероны, а также их античастицы. Адроны обладают сильным взаимодействием наряду с электромагнитным и слабым.

Адронам приписывают барионное число (барионный заряд) *B*. Адроны с *B* = 0 образуют подгруппу мезонов (пионы, каоны, *h*-мезон), а адроны с *B* = +1 образуют подгруппу барионов (от греч. «барис» – тяжелый; сюда относятся нуклоны и гипероны). Для лептонов и фотона *B* = 0. Если принять для барионов *B* = +1, для антибарионов (антинуклоны, антигипероны) *B* = -1, а для всех остальных частиц *B* = 0, то можно сформулировать закон сохранения барионного числа: в замкнутой системе *при всех процессах* взаимопревращаемости элементарных частиц *барионное число сохраняется*.

Барионы имеют спин, равный 1/2, т. е. барионы, как и лептоны, являются фермионами. Мезоны имеют спин, равный нулю, и, следовательно, являются бозонами, подчиняясь статистике Бозе – Эйнштейна. Для мезонов лептонные и барионные числа равны нулю. Для всех типов взаимодействия элементарных частиц выполняются законы сохранения энергии, импульса, момента импульса и электрического заряда.

В последние годы увеличение числа элементарных частиц происходило в основном вследствие расширения группы адронов. Поэтому развитие работ по их классификации все время сопровождалось поисками новых, более фундаментальных частиц, которые могли бы служить базисом для построения всех адронов. Гипотеза о существовании таких частиц, названных кварками, была высказана независимо друг от друга австрийским физиком Дж. Цвейгом и американцем *М. Гелл-Манном* в 1964 году.

Согласно модели Гелл-Манна – Цвейга, все известные в то время адроны можно было построить, постулировав существование трех типов *кварков* и соответствующих *антикварков*: *верхний* (обозначается u – от английского up), *ниж*-*ний* (обозначается d – от down) и *странный* кварк s (*strange*).

Самое удивительное (почти невероятное) свойство кварков связано с их электрическим зарядом, поскольку ещё никто не находил частицы с дробным значением элементарного электрического заряда. Спин кварка равен 1/2, поскольку только из фермионов можно «сконструировать» как фермионы (нечетное число фермионов), так и бозоны (четное число фермионов).

Во избежание трудностей со статистикой (некоторые барионы состоят из трех одинаковых кварков, что запрещено принципом Паули) на данном этапе предполагают, что каждый кварк (антикварк) обладает специфической квантовой характеристикой – цветом: «красным», «желтым» и «синим» - для кварков; «оранжевым», «зеленым» и «фиолетовым» - для антикварков. Тогда, если кварки имеют неодинаковую «окраску», принцип Паули не нарушается.

Углубленное изучение модели Гелл-Манна – Цвейга, а также открытие в 1974 г. истинно нейтрального джей-пси-мезона привели к введению нового кварка – так называемого *с*-кварка и новой сохраняющейся величины – «очарования» (от англ. charm). В 1977 г. был открыт сверхтяжелый мезон, который представляет собой структуру из кварка и антикварка нового типа – *b*-кварка (является носителем сохраняющейся в сильных взаимодействиях величины, названной «прелестью» [от англ. beauty]]. Существует и шестой кварк *t*, который уже решено назвать «истинным» (от англ. truth – истина), подобно тому, как *с*-кварк называют очарованным, *b*-кварк – прелестным.

Кварковая модель оказалась весьма плодотворной, она позволила определить почти все основные квантовые числа адронов. Кроме того, эта модель позволила предсказать также и новые частицы, например *W*-гиперон. Однако при использовании этой модели возникают и трудности. Кварковая модель не позволяет, например, определить массу адронов, поскольку для этого необходимо знание динамики взаимодействия кварков и их масс, которые пока неизвестны.

5.2. Фундаментальные взаимодействия

В квантово-релятивистской картине мира значительно расширено понимание движения, которое включает универсальные типы физического взаимодействия. Известно четыре вида взаимодействий:

- 1) гравитационное;
- 2) электромагнитное;
- 3) сильное;
- 4) слабое.

Они описываются на основе принципа близкодействия: взаимодействия передаются соответствующими полями от точки к точке, скорость передачи взаимодействия всегда конечна и не может превышать скорости света в вакууме.

Гравитационные и электромагнитные силы являются фундаментальными силами природы и объясняют большую часть явлений в макромире. Природу сил, известных из механики, например силы упругости, трения и др., также можно объяснить молекулярным взаимодействием и, следовательно, отнести к электромагнитным. Сильные и слабые взаимодействия объясняют явление в микромире.

Гравитационное взаимодействие является самым слабым из всех физических взаимодействий. Оно описывается законом тяготения Ньютона. В макромире оно тем сильнее, чем больше массы взаимодействующих тел. В микромире гравитационное взаимодействие теряется на фоне более мощных сил. Гравитационные взаимодействия обусловливают образование всех космических систем, а также концентрацию рассеянной материи звезд и галактик. Считается, что скорость распространения гравитационных волн равна скорости света в вакууме, но они еще достоверно не зарегистрированы приборами.

Электромагнитное взаимодействие обладает универсальным характером и существует между любыми телами. Проявляется в притяжении разноименных зарядов или отталкивании одноименных. Благодаря электромагнитному взаимодействию возникают атомы, молекулы и макроскопические тела. Все химические реакции – это проявление электромагнитных взаимодействий, которые приводят к перераспределению химических связей между атомами и молекулами. Электричество и магнетизм – это силы одного и того же феномена. Электродинамика Максвелла является законченной классической теорией электромагнетизма, сохраняющей свое значение и в наши дни.

Сильное взаимодействие обеспечивает связь нуклонов (протонов и нейтронов) в ядре и удерживает кванты внутри нуклонов. Предполагается, что сильное взаимодействие передается квантами поля ядерных сил – *глюонами*. Сильное взаимодействие отвечает за устойчивость ядер и распространяется только в пределах размеров ядра. Именно ядерные силы скрепляют ядро, несмотря на сильное электростатическое отталкивание между протонами. Чем сильнее взаимодействуют нуклоны в ядре, тем оно устойчивее, тем больше его энергия связи, определяемая работой, которую необходимо совершить, чтобы разделить нуклоны и удалить их друг от друга на такие расстояния, при которых взаимодействие становится равным нулю. Сильное взаимодействие не зависит от зарядов нуклонов. Это свойство называют зарядовой независимостью ядерных сил. Ядерные силы зависят от ориентации спинов взаимодействующих нуклонов. Например, протон и нейтрон удерживаются вместе, образуя ядро водорода, только в случае параллельной ориентации их спинов.

Слабое взаимодействие – это фундаментальное физическое взаимодействие, существующее только в микромире. Оно способствует превращению одних частиц (фермионов) в другие и отвечает за β-распад ядер, за многие распады элементарных частиц и за все процессы взаимодействия нейтрино с веществом. Радиус его действия очень мал – 10⁻¹⁷ м.

Квантово-релятивистская картина мира и в настоящее время находится в состоянии становления. С каждым годом к ней добавляются новые элементы, выдвигаются новые гипотезы, создаются и развиваются новые теории, делается попытка вывести универсальные механизмы всех фундаментальных физических взаимодействий. Объединение электромагнитного и слабого взаимодействия в единое электрослабое взаимодействие стало первым успехом на этом пути. Авторам этой теории *А. Саламу, С. Вайнбергу* и *Ш. Глэшоу* в 1979 году была присуждена Нобелевская премия.

Попытка создания теории Большого объединения на основе объединения электромагнитного, слабого и сильного взаимодействий привела к появлению Стандартной модели – одной из важнейших теоретических конструкций, описывающих электромагнитное, слабое и сильное взаимодействие всех элементарных частиц. Стандартная модель не является теорией всего, так как не описывает тёмную материю, тёмную энергию и не включает в себя гравитацию.

Основой Стандартной модели являются следующие положения.

1. Всё вещество состоит из 12 фундаментальных квантовых полей, квантами которых являются фундаментальные частицы-фермионы, которые можно объединить в три поколения фермионов: 6 лептонов (электрон, мюон, таулептон, электронное нейтрино, мюонное нейтрино и тау-нейтрино), 6 кварков (u, d, s, c, b, t), и 12 соответствующих им античастиц.

2. Кварки участвуют в сильных, слабых и электромагнитных взаимодействиях; заряженные лептоны (электрон, мюон, тау-лептон) – в слабых и электромагнитных; нейтрино – только в слабых взаимодействиях. 3. Частицами-переносчиками взаимодействий являются бозоны: 8 глюонов для сильного взаимодействия; 3 тяжёлых бозона (W^+ , W^- , Z^0) для слабого взаимодействия; 1 фотон для электромагнитного взаимодействия.

Существует еще так называемое *поле Хиггса*, открытое британским физиком *П. Хиггсом*, среднее значение которого не хочет стремиться к нулю. В результате чего это поле старается принять некоторое постоянное ненулевое значение во всей Вселенной. Поле составляет вездесущий и постоянный фон, в результате сильных колебаний которого и появляется *бозон Хиггса*. И именно благодаря полю Хиггса частицы наделяются массой. Масса элементарной частицы, зависит от того, насколько сильно она взаимодействует с полем Хиггса, постоянно пролетая внутри него. И именно из-за Бозона Хиггса, а точнее из-за его поля, Стандартная модель имеет так много похожих групп частиц. Экспериментальное подтверждение существования бозона Хиггса в 2012 году завершило экспериментальное обнаружение предсказываемых Стандартной моделью элементарных частиц, которые можно представить в виде схемы, показанной на рисунке.



По состоянию на конец XX века все предсказания Стандартной модели подтверждались экспериментально, иногда с очень высокой точностью в миллионные доли процента. Только в 2000-е годы стали появляться результаты, в которых предсказания Стандартной модели слегка расходятся с экспериментом, и даже явления, крайне трудно поддающиеся интерпретации в её рамках. С другой стороны, очевидно, что Стандартная модель не может являться последним словом в физике элементарных частиц, ибо она содержит слишком много внешних параметров, а также не включает гравитацию. Поэтому поиск отклонений от Стандартной модели (так называемой «новой физики») – одно из самых активных направлений исследования в современной физике. Еще более грандиозна идея объединения всех типов фундаментального взаимодействия (гравитационного, электромагнитного, слабого, сильного) в *теорию суперобъединения*.

Библиографический список

- 1. Физическая энциклопедия / под ред. А. М. Прохорова. Т. 1 5. М.: Сов. энциклопедия; Большая российская энциклопедия, 1988 1998.
- Физический энциклопедический словарь / Гл. ред. А. М. Прохоров. Ред. кол. Д. М. Алексеев, А. М. Бонч-Бруевич, А. С. Боровик-Романов и др. – М.: Сов. энциклопедия, 1984. – 944 с., ил., 2 л. цв. ил.
- Детлаф А. А. Курс физики: учеб. пособие для студентов высших технических учебных заведений / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – 9-е изд., стер. – М.: Академия, 2014. – 720 с.
- Трофимова Т. И. Курс физики: учеб. пособие для инженерно-технических специальностей вузов / Т. И. Трофимова. – 20-е изд., стер. – М.: Академия, 2014. – 560 с.
- Савельев И. В. Курс физики: учебник. Том 3: Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц. – М.: Лань, 2008. – 406 с.
- 6. Иродов И. Е. Квантовая физика. Основные законы: учебник. М.: Бином. Лаборатория знаний, 2010. 256 с.
- Сивухин Д. В. Общий курс физики: учебник. Том 5: Атомная и ядерная физика. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 784 с.
- Калашников Н. П., Смондырев М. А. Основы физики. Т. 2: учеб. пособие. – М.: Дрофа, 2001. – 531 с.

Оглавление

1. Основы квантовой механики	1
1.1. Волновые свойства микрочастиц	1
1.2. Волновая функция и её свойства	8
1.3. Уравнение Шрёдингера	9
1.4. Движение свободной частицы	.10
1.5. Частица в прямоугольной потенциальной яме	.11
1.6. Прохождение частицы через потенциальный барьер	.13
1.7. Квантовый гармонический осциллятор	.16
2. Основы атомной физики	.18
2.1. Основы оптической спектроскопии	.18
2.2. Опыт Резерфорда	.20
2.3. Теория Бора	.23
2.4. Водородоподобные системы в квантовой механике	.26
2.5. Многоэлектронные атомы	.30
2.6. Рентгеновские спектры	.34
2.7. Основы физики лазеров	.36
3. Основы физики твердого тела	.41
3.1. Понятие о квантовых статистиках. Статистика Ферми - Дирака	.41
и Бозе - Эйнштейна	.41
3.2. Вырожденный электронный газ в металлах	.42
3.3. Понятие о квантовой теории теплоемкости	.44
3.3.1. Классическая модель теплоемкости твердых тел	.45
3.3.2. Модель теплоемкости Эйнштейна	.45
3.3.3. Модель теплоемкости Дебая	.46
3.4. Сверхпроводимость	.49
3.5. Энергетические зоны в кристаллах в приближении сильной связи	.52
3.6. Собственная и примесная проводимость полупроводников	.56
3.7. Фотопроводимость полупроводников	.60
3.8. Люминесценция твердых тел	.62
3.9. Термоэлектрические явления	.63
3.10. Контакт электронного и дырочного полупроводников. Выпрямление	
переменного тока	.65
4. Основы ядерной физики	.69
4.1. Строение атомного ядра и его основные свойства	.69
4.2. Энергия связи, ядерные силы и модели ядра	.71
4.3. Радиоактивность	.74
4.4. Закономерности альфа- и бета-распадов	.76
4.5. Ядерные реакции	.78
5. Современная физическая картина мира	.82
5.1. Элементарные частицы	.83
5.2. Фундаментальные взаимодействия	.85
Библиографический список	. 89